ММ223 (5 баллов)

**Ответ:** второй вариант для Васи выгоднее.

**Решение:** 1) В этом случае пространство элементарных событий образуют наборы

. (1)

По предположению все события равновероятны. Тогда воспользуемся формулой классической вероятности . Понятно, здесь количество всех элементарных событий равно количеству всевозможных указанных наборов А при нахождении будем учитывать, что округленное до целого среднее арифметическое чисел в наборе может увеличиться после замены первого числа с 3 на 5:

только при условии .

При каждом через обозначим множество наборов из (1), для которых . Подсчёт интересующих нас значений отражён в таблице

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| s | Наборы без учёта порядка | Количество  наборов |  |
| 11 | 3,(2,2,2,2) | 1 | 1 |
| 12 | 3,(2,2,2,3) | 4 | 4 |
| 16 | 3,(2,2,4,5)  3,(2,3,3,5)  3,(2,3,4,4)  3,(3,3,3,4) | 12  12  12  4 | 40 |
| 17 | 3,(2,2,5,5)  3,(2,3,4,5)  3,(2,4,4,4)  3,(3,3,3,5)  3,(3,3,4,4) | 6  24  4  4  6 | 44 |
| 21 | 3,(3,5,5,5)  3,(4,4,5,5) | 4  6 | 10 |
| 22 | 3,(4,5,5,5) | 4 | 4 |
| Всего | | 103 | 103 |

При подсчёте учитываем очевидные комбинаторные формулы для определения количества наборов с данным набором чисел

Таким образом, количество благоприятных элементарных событий равно . А искомая вероятность равна

2) В этом случае пространство элементарных событий образуют наборы

. (2)

Здесь также, по предположению, все события равновероятны. И также воспользуемся формулой классической вероятности . В этом случае количество всех элементарных событий равно количеству всевозможных указанных наборов (от количества всевозможных наборов с условием отнимаем количество всевозможных наборов с условием . Также как и в первом случае, при нахождении будем учитывать, что округленное до целого среднее арифметическое чисел в наборе может увеличиться после замены первого числа с 3 на 5:

только при условии .

При каждом через обозначим множество наборов из (2), для которых . Подсчёт интересующих нас значений отражён в таблице

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| s | Наборы без учёта порядка | Количество  наборов |  |
| 11 | (2,2,2,2,3) | 5 | 5 |
| 12 | (2,2,2,3,3) | 10 | 10 |
| 16 | (2,2,3,4,5)  (2,3,3,3,5)  (2,3,3,4,4)  (3,3,3,3,4) | 60  20  30  5 | 115 |
| 17 | (2,2,3,5,5)  (2,3,3,4,5)  (2,3,4,4,4)  (3,3,3,3,5)  (3,3,3,4,4) | 30  60  20  5  10 | 125 |
| 21 | (3,3,5,5,5)  (3,4,4,5,5) | 10  30 | 40 |
| 22 | (3,4,5,5,5) | 20 | 20 |
| Всего | | 315 | 315 |

Здесь мы учитывали количество наборов с заданным набором чисел

Таким образом, количество благоприятных элементарных событий равно . А искомая вероятность равна

Сравнивая величины и , видим, что . Понятно, что, хоть и не значительно, но второй вариант для Васи выгоднее.

Чтобы понять, за счёт чего вторая вероятность оказалась выше проанализируем таблицу со всеми значениями и

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| s |  |  |
| 11 | 1 | 5 |
| 12 | 4 | 10 |
| 13 | 10 | 30 |
| 14 | 20 | 55 |
| 15 | 31 | 81 |
| 16 | 40 | 115 |
| 17 | 44 | 125 |
| 18 | 40 | 120 |
| 19 | 31 | 105 |
| 20 | 20 | 70 |
| 21 | 10 | 40 |
| 22 | 4 | 20 |
| 23 | 1 | 5 |
| Всего | 103 | 315 |

И если , то из таблицы

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 0 |
|  | 51 | 52 | 51 | 51 | 51 |
|  | 0,1992... | 0,2031... | 0,1992... | 0,1992... | 0,1992... |
|  | 160 | 155 | 155 | 160 | 151 |
|  | 0,2048... | 0,1984... | 0,1984... | 0,2048... | 0,1933... |

видим, что второе условие выгоднее первого за счёт преобладания вероятности в первом столбце, то есть за счёт более вероятной суммы оценок с остатком 1 при делении на 5, причём большем, чем преобладание вероятности во втором столбце для первого условия.

Интересное наблюдение: если каким-то образом Вася исправлял тройку на четвёрку вместо пятёрки, то выгоднее для Васи именно первое условие (второй столбец).

А если недоброжелатель исправлял тройку на двойку, то в этом случае второе условие более выгодно для Васи, поскольку при этом его средняя оценка уменьшится с меньшей вероятностью (третий столбец).

В заключение приведём значения вероятностей и для случая оценок в четверти при близких значениях (при чётных значениях за счёт округления в большую сторону полуцелых есть некое искажение общей картины)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| 4 |  | 0,3885 |
| 5 |  |  |
| 6 |  | 0,3997 |
| 7 |  | 0,4003 |
| 8 |  |  |