

=====ММ196=====

**ММ196** (9 баллов)

Решения принимаются, по крайней мере, до 24.10.14

1. Три корабля А, В, и С движутся равномерно и прямолинейно.
2. Когда корабль А находился ближе всего к маяку, расстояние между В и С было 30 миль.
3. Когда корабль В находился ближе всего к маяку, расстояние между А и С было 40 миль.
4. Когда корабль С находился ближе всего к маяку, расстояние между А и В было 14 миль.
5. В 12:00 расстояния от маяка до всех кораблей были одинаковыми.
6. В 13:00 расстояния от маяка до всех кораблей были одинаковыми.
7. В 14:00 расстояния от маяка до всех кораблей были одинаковыми.
8. В 15:00 корабль В пересек маршрут корабля А.
9. В 16:00 корабль А пересек маршрут корабля В.

Найти скорость каждого корабля.

Примечание: Все корабли и маяк - материальные точки.

Квадрат расстояния от маяка до корабля, движущегося равномерно и прямолинейно, – квадратичная функция от времени. Если две функции второй степени совпадают в трёх точках (условия 5-7), то они совпадают всюду. Следовательно, в любой момент времени все три корабля находятся на одинаковом расстоянии от маяка, и скорости всех кораблей одинаковы.

Это значит, что условия (2-4) относятся к одному и тому же моменту времени. Можно нарисовать взаимное расположение кораблей и маяка в этот момент времени (с точностью до поворотов и отражения) (рис. 1). Длины сторон треугольника АВС даны в условиях (2-4), маяк М расположен в центре описанной окружности. Вычислив радиус окружности, получаем:  $|MA| = |MB| = |MC| = 25$  миль. Так как А, В и С – ближайшие к маяку точки маршрутов, то маршруты кораблей перпендикулярны направлениям из этих точек на маяк, но направления движения кораблей пока не известны.

По условию (8), в 15:00 корабль В находился в точке D. Корабль А в это время находился в другой точке своего маршрута, расположенной на том же расстоянии от маяка, то есть, в точке E.

По условию (9), в 16:00 корабль А пришёл в точку D, то есть за час прошёл расстояние  $|ED| = 2|AD|$ . Треугольники МАН и АДН подобны, поэтому  $|AD| = \frac{|MA||AH|}{|MH|} = \frac{|MA||AH|}{\sqrt{|MA|^2 - |AH|^2}} = \frac{25 \cdot 7}{\sqrt{25^2 - 7^2}} = \frac{175}{24}$ , а скорость каждого корабля –  $175/12$  миль/ч.

**Ответ.** Скорости всех кораблей одинаковы и равны  $175/12 \approx 14.583$  миль/ч.

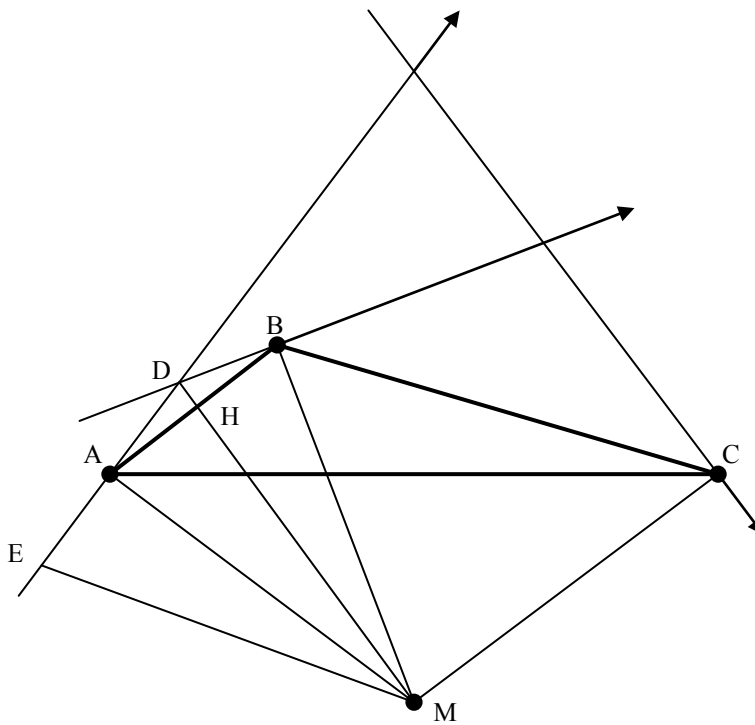


Рис 1. Маршруты кораблей. М – маяк, А, В и С – корабли.

Осталось неизвестным направление движения корабля С. Если бы оно было противоположным показанному на рисунке, то корабли В и С скоро столкнулись бы. Предполагаем, что штурман корабля С не глупее нас, и направил корабль в нужную сторону.