

272) Разложим k на простые множители. $k = p_1^{x_1} p_2^{x_2} \dots p_t^{x_t}$.

Заметим, что $p^x > x$ и даже $p^{x-1} > x$ кроме случаев $p^0 > 1$, $2^1 > 2$.

Поэтому если в разложении присутствует хоть один показатель степени выше первой у нечетного простого числа, то ответ - бесконечно много. Если это, например, $p_1^{x_1}$, то можно взять $n = p_1^{p_1^{x_1-1}-1} p_2^{p_2^{x_1-1}-1} \dots p_t^{p_t^{x_1-1}-1} p^{p_1-1}$, причем на роль p выбрать любое простое, которого еще не было. Например, для $k = 18 = 2 \cdot 3^2$ подойдут числа $2 \cdot 3^2 \cdot p^2$, а для $k = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11^2$ - числа $2 \cdot 3^2 \cdot 5^4 \cdot 11^{10} \cdot p^{10}$.

Аналогично можно сделать, если показатель двойки больше, чем 2. Для числа $2^3 \cdot 3 \cdot 7$ подойдут числа $2^3 \cdot 3^2 \cdot 7^6 \cdot p$. Остались числа вида $p_1 p_2 \dots$ и $4 p_1 p_2 \dots$ (в первом случае одно из простых может быть двойкой).

В первом случае на роль n годятся числа вида $p_1^{y_1} p_2^{y_2} \dots p_t^{y_t}$, где y_i - перестановка чисел $p_i - 1$ и только они. Очевидно их $t!$.

Во втором годятся $2^{p_1-1} p_1 p_2^{p_2-1} \dots p$, если простых в разложении хотя бы еще одно. Тут ответ бесконечность.

Конкретно для числа 4 годится только число 8.

Окончательно - для 4 ответ 1, для произведения t различных простых ответ $t!$, для прочих чисел ответ бесконечность.