

Алгоритм решения уравнения

$$x(y^2 - 2x^2) + Hx + y + 1 = 0 \quad (*)$$

в целых числах x, y (где $H < 0$ — целочисленный параметр) состоит в следующем.

Для $m > \sqrt{2}$ положим

$$Q(m) = \frac{m}{m^2 - 2} + \sqrt{\frac{m + |H|}{m^2 - 2} + \frac{2}{(m^2 - 2)^2}}$$

и будем рассматривать (помимо исходного уравнения $(*)$) еще одно уравнение

$$(k^2 - 2)x^2 + 2kx - k + H + 1 = 0 \quad (**)$$

(где k — вспомогательный целочисленный параметр). Пусть также S — искомое множество решений (x, y) уравнения $(*)$ в целых числах.

АЛГОРИТМ

Вход: $H < 0$ — целое число.

Выход: множество S .

1. $S := \{(0, -1)\}$.
2. $m := 1 + \lceil |H|^{1/4} \rceil$.
3. Для каждого k с условием $|k| \leq m$ решить квадратное уравнение $(**)$ относительно x в целых числах и добавить пару (или пары) $(x, -kx - 1)$ в множество S .
4. Для каждого $x \neq 0$ с условием $|x| < Q(m)$ решить квадратное уравнение $(*)$ относительно y в целых числах и добавить пару (пары) (x, y) в множество S .
5. Выдать множество S .