

Государственный Комитет Российской Федерации  
по высшему образованию

УТВЕРЖДАЮ:

Заместитель Председателя  
Госкомвуза России

В.Д.ШАДРИКОВ

"26" июля 1994г.

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ СТАНДАРТ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Г О С У Д А Р С Т В Е Н Н Ы Е Т Р Е Б О В А Н И Я

к минимуму содержания и уровню  
подготовки выпускника  
по специальности 010100 - Математика  
(третий уровень профессионального образования)

Вводится в качестве стандарта  
с 1 сентября 1994 года

Москва, 1994 г.

## 1. Общая характеристика специальности 010100 – Математика

1.1. Специальность утверждена приказом Государственного комитета Российской Федерации по высшему образованию от 05 марта 1994г. N180.

1.2 Нормативная длительность обучения по специальности при очной форме обучения 5 лет. Квалификация – "Математик".

1.3 Характеристика основных сфер и объектов профессиональной деятельности специалиста по специальности 010100 – Математика.

- исследовательская деятельность в областях, использующих математические методы и компьютерные технологии;

- создание и использование математических моделей процессов и объектов;

- разработка эффективных математических методов решения задач естествознания, техники, экономики и управления;

- 2 -

- программно-информационное обеспечение научно-исследовательской, проектно-конструкторской и эксплуатационно-управленческой деятельности;

- преподавание цикла математических дисциплин (в том числе информатики), в соответствии с примечанием п.6.

Сферами профессиональной деятельности специалиста являются:

- академические и научно-исследовательские институты, проектные и научно-производственные организации, предприятия и объединения, управленческие и экспертные учреждения различных

Министерств и ведомств, бюро, фирмы и прочие организации различных форм собственности;

- учреждения систем высшего, среднего и среднего специального образования Госкомвуза РФ, Министерства образования РФ, Федеральной службы занятости РФ и других Министерств и ведомств.

2. Требования к уровню подготовки лиц, успешно завершивших обучение по программе специалиста с квалификацией "Математик".

#### 2.1. Общие требования к образованности специалиста.

Специалист отвечает следующим требованиям:

- знаком с основными учениями в области гуманитарных и социально-экономических наук, способен научно анализировать социально-значимые проблемы и процессы, умеет использовать методы этих наук в различных видах профессиональной и социальной деятельности;

- знает этические и правовые нормы, регулирующие отношение человека к человеку, обществу, окружающей среде, умеет учитывать их при разработке экологических и социальных проектов;

- имеет целостное представление о процессах и явлениях, происходящих в неживой и живой природе, понимает возможности современных научных методов познания природы и владеет ими на уровне, необходимом для решения задач, имеющих естественнонаучное содержание и возникающих при выполнении профессиональных функций;

- способен продолжить обучение и вести профессиональную деятельность в иноязычной среде (требование рассчитано на реализацию в полном объеме через 10 лет);

- имеет научное представление о здоровом образе жизни, владеет умениями и навыками физического самосовершенствования;

- владеет культурой мышления, знает его общие законы, способен в письменной и устной речи правильно (логично) оформить его результаты;

- умеет на научной основе организовать свой труд, владеет компьютерными методами сбора, хранения и обработки (редактирования) информации, применяемыми в сфере его профессиональной деятельности;

- способен в условиях развития науки и изменяющейся социальной практики к переоценке накопленного опыта, анализу своих возможностей, умеет приобретать новые знания, используя современные информационные образовательные технологии;

- понимает сущность и социальную значимость своей будущей профессии, основные проблемы дисциплин, определяющих конкретную область его деятельности, видит их взаимосвязь в целостной

- 3 -

системе знаний;

- способен к проектной деятельности в профессиональной сфере на основе системного подхода, умеет строить и использовать модели для описания и прогнозирования различных явлений, осуществлять их качественный и количественный анализ;

- способен поставить цель и сформулировать задачи, связанные с реализацией профессиональных функций, умеет использовать для их решения методы изученных им наук;

- готов к кооперации с коллегами и работе в коллективе, знаком с методами управления, умеет организовать работу исполнителей, находить и принимать управленческие решения в условиях различных мнений, знает основы педагогической деятельности;

- методически и психологически готов к изменению вида и характера своей профессиональной деятельности, работе над междисциплинарными проектами.

## 2.2. Требования к знаниям и умениям по дисциплинам.

### 2.2.1. Требования по общим гуманитарным и социально-экономическим дисциплинам.

Требования (Федеральный компонент) к обязательному минимуму содержания и уровню подготовки выпускника высшей школы по циклу "Общие гуманитарные и социально-экономические дисциплины" утверждены Госкомвузом России 18 августа 1993 года и опубликованы в Бюллетене Госкомвуза России N11 за 1993 год.

### 2.2.2 Требования по естественно-научным дисциплинам.

Специалист должен иметь представления:

в области компьютерных наук:

- об основных принципах устройства и функционирования ЭВМ;
- об основах теории алгоритмов и ее применения, методах построения формальных языков, основах структуры баз данных, основах машинной графики, архитектурных особенностях современных ЭВМ.

- в области методов вычислений - о погрешности вычислений, интерполяции, наилучшем приближении в нормированном пространстве, теореме Чебышева об альтернансе, ортогональных многочленах, быстром дискретном преобразовании Фурье, сплайнах, численном интегрировании, прямых и итерационных методах решения систем линейных алгебраических уравнений, численных методах решения задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений, методах решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений, понятии о методе конечных элементов, численных методах решения гиперболических, параболических и эллиптических уравнений, численных методах решения интегральных уравнений;

в области естествознания и экологии:

- об исторической взаимосвязи естествознания и математики;
- о существующих концепциях происхождения и эволюции Вселенной;
- о соотношении порядка и беспорядка в природе;
- о динамических и статистических закономерностях в природе;
- о вероятности как объективной характеристике процессов и явлений в природе;
- о концепциях пространства и времени;
- о принципах симметрии и законах сохранения;
- о соотношениях эмпирического и теоретического в познании;
- об индивидуальном и коллективном поведении объектов в природе;

- 4 -

- о биосфере и направлении ее эволюции;
- о взаимодействии организма и среды, сообществах организмов, экосистемах;
- об экологических принципах рационального природопользования;
- о роли биологических законов в решении социальных проблем;
- об основных этапах и современных достижениях развития познания, фундаментальных константах естествознания;
- об особенностях физических, химических и биологических методов исследований, моделировании в различных областях современной науки.

### 2.2.3. Требования по общепрофессиональным и специальным дисциплинам.

Специалист должен свободно ориентироваться в основных разделах фундаментальных математических дисциплин, что включает:

- в области математического анализа - множество действительных чисел, функции одного и нескольких переменных (предел, непрерывность, дифференциальное и интегральное исчисление, задачи на экстре-

мум); функциональные последовательности и ряды, ряд Фурье, преобразование Фурье, кратные, криволинейные и поверхностные интегралы, основные интегральные формулы векторного анализа;

- в области алгебры - комплексные числа и многочлены, матричную алгебру и решение систем линейных уравнений, конечномерные линейные пространства, линейные операторы и функционалы, билинейные и квадратичные формы, метрические вещественные и комплексные линейные пространства, классификацию гиперповерхностей второго порядка, группы преобразований и классификацию движений, основные понятия тензорной алгебры, основные структуры современной алгебры (группы, кольца, поля, линейные представления групп);

- в области аналитической геометрии - векторы, линейную зависимость, скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, уравнения прямой линии на плоскости, линии второго порядка, аффинные и изометрические преобразования плоскости и пространства, поверхности второго порядка, плоские сечения, аффинную классификацию, модели проективной плоскости, проективные преобразования, проективную классификацию линий второго порядка;

- в области линейной алгебры и геометрии - линейные пространства и линейные отображения, собственные векторы, инвариантные подпространства, Жорданова форма линейного отображения; полилинейные функции и тензоры, билинейные функции и квадратичные формы; евклидовы и унитарные пространства; симметрические, эрмитовы, ортогональные и унитарные операторы; аффинные и евклидовы аффинные (точечные) пространства, выпуклые многогранники; аффинная и евклидова геометрия, классификация квадрик; проективные пространства и проективные отображения, квадрики в проективном пространстве;

- в области дискретной математики, математической логики и теории алгоритмов - булевы функции и функции  $k$ -значной логики, графы, сети, контактные схемы и схемы из фундаментальных элементов, оптимальные и самокорректирующиеся коды, автоматы, машины Тьюринга, алгоритмически неразрешимые проблемы, исчисление высказываний, предик-

каты, исчисление предикатов;

- в области дифференциальных уравнений - понятие дифференциального уравнения, поля направлений, элементарные приемы интегрирования, задачу Коши, теоремы существования и единственности, общую теорию линейных систем, системы с постоянными коэффициентами, устойчивость по Ляпунову, особые точки, уравнения с частными производными первого порядка;

- в области дифференциальной геометрии и топологии - теорию

- 5 -

кривых на плоскости и в пространстве, поверхности, первую и вторую квадратичные формы поверхности, топологические и метрические пространства, гладкие многообразия, Риманову метрику, геометрию Лобачевского, матричные группы, Риманову геометрию и тензорный анализ, исчисление внешних дифференциальных форм, гомотопию, степень отображения;

- в области функционального анализа и интегральных уравнений - метрические и топологические пространства, меру и интеграл Лебега, Банаховы пространства и операторы, Гильбертовы пространства и спектральную теорию операторов, линейные топологические пространства и обобщенные функции, элементы линейного анализа (классические задачи вариационного исчисления, уравнения Эйлера, условия Лежандра и Якоби);

- в области теории функций комплексного переменного - функции комплексного переменного и отображение множеств, элементарные функции, интеграл по комплексному переменному, интеграл Коши, последовательности и ряды аналитических функций в области, теорему единственности и принцип максимума модуля, ряд Лорана, изолированные особые точки однозначного характера, вычеты, принцип аргумента, отображения посредством аналитических функций, аналитическое продолжение, гармонические функции на плоскости;

- в области уравнений с частными производными - вывод уравнений математической физики, постановку основных краевых задач, классифи-



кацию уравнений, теорему Коши-Ковалевской, волновое уравнение, основные задачи, приводящие к волновому уравнению и свойства решений, уравнение Лапласа, свойства решений и задачу Дирихле, уравнение теплопроводности, свойства его решений и задачу Коши, понятие корректной задачи, понятие обобщенного решения;

- в области теории вероятностей - понятие случайного события и его вероятности, основные теоремы о вероятности, аксиоматику Колмогорова, схему Бернулли, понятие случайной величины и ее функции распределения, распределение суммы, произведения и частного независимых случайных величин, закон больших чисел, центральную предельную теорему;

- в области математической статистики - оценки вероятностных характеристик случайных явлений, оценки неизвестных параметров, несмещенные оценки, оценки наибольшего правдоподобия, состоятельные оценки, достаточные статистики, проверку статистических гипотез, критерий "хи-квадрат" корреляционные связи между случайными величинами, метод наименьших квадратов, асимптотическую нормальность оценок максимального правдоподобия;

- в области теории случайных процессов - определение случайного процесса, конечномерные распределения, теорему Колмогорова о существовании процесса с заданным семейством конечномерных распределений (без доказательства), классы случайных процессов: марковские, стационарные, точечные, гауссовский случайный процесс, пуассоновский процесс, стохастический интеграл, представление о спектральном разложении стационарного процесса, цепи Маркова с непрерывным временем, прямое и обратное уравнения Колмогорова;

- в области теоретической механики - кинематику точки, кинематику твердого тела, динамику свободной точки со связью, динамику систем точек, динамику твердого тела, малые колебания, лагранжеву механику, гамильтонову механику, вариационные принципы механики;

- в области вариационного исчисления и методов оптимизации - классическое вариационное исчисление, уравнение Эйлера, условия вто-

рого порядка – Лежандра, Якоби; оптимальное управление, принцип максимума Понтрягина, методы решения задач линейного программирования, симплекс-метод, градиентные методы, метод Ньютона, методы сопряженных направлений;

– 6 –

– в области теории чисел – простейшие сведения о простых числах, арифметические функции, оценки Чебышева числа простых чисел не превосходящих данного, цепные дроби, приближение действительных чисел рациональными числами, наилучшие приближения, теорема Лагранжа о разложении квадратичных иррациональностей в цепные дроби, числовые сравнения, квадратичные вычеты и невычеты, закон взаимности квадратичных вычетов, первообразные корни и индексы, арифметические приложения теории сравнений, понятие алгебраических и трансцендентных чисел;

владеть:

– основными понятиями и методами фундаментальных математических дисциплин, уметь применять их для решения типовых задач;

уметь:

– использовать математические модели реальных процессов и объектов для нахождения эффективных решений прикладных задач широкого профиля;

Требования по дисциплинам специализаций устанавливаются вузом (факультетом).

XX

[illegible]

i2ЕН.00 Общие естественно-научные дисциплины:	1350
---	------

основные понятия: алгоритмы для ЭВМ, базовые конструкции для записи алгоритмов, циклы "для", "пока", "если-то-иначе", выбор, условный и безусловный переход; простейшие типы данных: целый, вещественный, символ-

ный, логический и их представление в ЭВМ, массивы данных, организация ввода и вывода, понятие о файловой системе, файлы последовательного доступа и прямого доступа, форматный и бесформатный ввод/вывод; простейшие алгоритмы обработки данных: вычисления по формулам, последовательный и бинарный поиск, сортировка, итерационные алгоритмы поиска корней уравнений, индуктивная обработка последовательностей данных, рекуррентные вычисления; структуры данных: вектор, матрица, запись (структура), стек, дек, очередь, последовательность, список, множество, бинарное дерево, реализация структур данных на базе линейной памяти ЭВМ, непрерывный и ссылочный способы реализации структур данных, реализация множества (битовая, непрерывная, хеш-реализация), алгоритмы обработки коллизии в хеш-реализации; рекурсивные и итерационные алгоритмы обработки данных, условия, обеспечивающие завершение последовательности рекурсивных вызовов, идеи реализации рекурсивных вызовов в подпрограммах, инвариантная функция и инвариант цикла, взаимосвязь итерации и рекурсии, индуктивное вычисление функции на последовательности данных; структуры данных в прикладных программах: примеры использования и реализации различных структур (редактор текстов, стековый калькулятор), принципы построения файловых систем, каталог, таблица размещения файлов, распределение блоков файла по диску; компиляция и интерпретация: основные этапы компиляции, лексический, синтаксический, семантический анализ выражения, формальная грамматика, компилятор формулы, дерево синтаксического разбора; понятие об операционной системе: процесс, состояние процесса, прерывание, планирование процессов, понятие о тупиках и способах их устранения; надежность программ-

ного обеспечения: методы тестирования и отладки программ, переносимость программ, технология программирования, принципы создания пакетов стандартных программ, принципы обеспечения дружественного интерфейса прикладных программ; понятие об архитектуре ЭВМ: процессор и система его команд, структура памяти ЭВМ и способы адресации, выполнение команды в процессоре, взаимодействие процессора памяти и периферийных устройств; вычислительный практикум: реализация алгоритмов обработки данных, возникающих в задачах алгебры, математического анализа, математической статистики, задач обработки изображений, задачах линейного программирования и пр.

#### ЕН.02 Методы вычислений:

220

введение в численные методы; постановка задачи интерполяции; интерполяционный многочлен Лагранжа; его существование и единственность; оценка погрешности интерполяционной формулы Лагранжа; понятие о количестве арифметических операций, как об одном из критериев оценки качества алгоритма; разделенные разности; интерполяционный многочлен Лагранжа в форме Ньютона с разделенными разностями; многочлены Чебышева, их свойства; минимизация остаточного члена погрешности интерполирования; тригонометрическая интерполяция; дискретное преобразование Фурье; наилучшее приближение в нормированном пространстве; существование элемента наилучшего приближения; Чебышевский альтернанс, единственность многочлена наилучшего приближения в  $C$ ; примеры; ортогональные многочлены; процесс ортогонализации Шмидта; запись многочлена в виде

разложения по ортогональным многочленам, ее преимущества; рекуррентная формула для вычисления ортогональных

многочленов; сплайны; экстремальные свойства сплайнов; построение кубического интерполяционного сплайна; простейшие квадратурные формулы – прямоугольников, трапеций; квадратурные формулы Ньютона-Котеса; оценки погрешности этих квадратурных формул; квадратурные формулы Гаусса, их построение, положительность коэффициентов, сходимость; составные квадратурные формулы, оценки погрешности; интегрирование сильно осциллирующих функций; вычисление интегралов в нерегулярных случаях; численное дифференцирование, вычислительная погрешность формул численного дифференцирования; правило Рунге оценки погрешности; основные задачи линейной алгебры, метод Гаусса; метод простой итерации, теорема о достаточном условии сходимости, необходимое и достаточное условие сходимости; метод простой итерации для симметричных положительно определенных матриц, оптимизация параметра процесса; процесс ускорения сходимости итераций; метод наискорейшего градиентного спуска; метод Зейделя; методы решения нелинейных уравнений (метод бисекций, метод простой итерации и метод Ньютона); метод разложения в ряд Тейлора решения задачи Коши для ОДУ, метод Эйлера и его модификации, методы Рунге-Кутты; конечно-разностные методы, понятие об аппроксимации, исследование свойств конечно-разностных схем на модельных примерах; основные понятия теории разностных схем – аппроксимация, устойчивость, сходимость; аппроксимация, устойчивость и сходимость для простейшей краевой задачи для ОДУ второго порядка; методы решения системы ЛАУ с трехдиагональной матрицей (метод стрельбы и метод прогонки); метод конечных элементов; простейшие разностные схемы для уравнения переноса, спектральный признак устойчивости, примеры; простейшие разностные схемы для уравнения теплопроводности с одной пространственной переменной, явная и неявная схемы, схема с весами,

устойчивость и аппроксимация схемы с весами, схема со вторым порядком аппроксимации; разностная схема для уравнения Пуассона в прямоугольнике, ее корректность; методы решения сеточной задачи Дирихле для уравнения Пуассона (метод Гаусса, метод разложения в дискретный ряд Фурье, метод простой итерации); численные методы решения интегральных уравнений второго рода; метод регуляризации решения интегральных уравнений первого рода.

ЕН.03 Физика:

190

Физические основы механики: кинематика, динамика, статика, законы сохранения, основы релятивистской механики; элементы гидродинамики; электричество и магнетизм; физика колебаний и волн: гармонический и ангармонический осцилляторы, физический смысл спектрального разложения, волновые процессы, основные акустические и оптические явления; квантовая физика: корпускулярно-волновой дуализм, принцип неопределенности, квантовые состояния; статистическая физика и термодинамика: три начала термодинамики, фазовые равновесия и фазовые превращения, элементы неравновесной термодинамики, классическая и квантовые статистики.

ЕН.04 Концепции современного естествознания (математические модели в естествознании и экология):

190

- 9 -

естественно-научная и гуманитарные культуры; научный метод; история естествознания и тенденции его развития; порядок и беспорядок в природе; структурные уровни организации материи; пространство и время; принцип относительности; принципы симметрии; принципы суперпозиции, неопределенности, дополнительности; основные характерис-

тики химических процессов; особенности биологического уровня организации материи; принципы эволюции, воспроизводства и развития живых систем; многообразие живых организмов как основа организации и устойчивости биосферы; генетика и эволюция; биозтика, человек, биосфера и космические циклы; принципы универсального эволюционизма; проблемы и методы современных естественных наук; методы математического моделирования в современном естествознании и экологии.

ЕН.05 Курсы естественно-научного цикла по выбору студента,  
устанавливаемые вузом (факультетом) 150

ї20Д.00 Общепрофессиональные и специальные дисциплины: 3770

ОД.01 Математический анализ: 810

предмет математического анализа, сведения о множествах и логической символике, отображение и функции. Действительные числа: алгебраические свойства множества  $\mathbb{R}$  действительных чисел; аксиома полноты множества  $\mathbb{R}$ ; действия над действительными числами, принцип Архимеда; основные принципы полноты множества  $\mathbb{R}$ : существование точной верхней (нижней) грани числового множества, принцип вложенных отрезков, дедекиндово сечение, лемма о конечном покрытии. Теория пределов: предел числовой последовательности; основные свойства и признаки существования предела; предельные точки множества и теорема Больцано-Вейерштрасса о выделении сходящейся подпоследовательности; предел монотонной последовательности; число "e"; верхний и нижний пределы; критерий Коши существования предела; топология на  $\mathbb{R}$ ; предел функции в точке; свойства пределов; бесконечно малые и бесконечно большие функции и последовательности; предел отношения синуса бесконечно малого аргумента к аргументу; общая теория предела; предел функции по базису фильтра (по базе); основные свойства



тва предела; критерий Коши существования предела; сравнение поведения функций на базе; символы  $o$ ,  $O$ ,  $\sim$ ; итерационные последовательности; простейшая форма принципа неподвижной точки для сжимающего отображения отрезка, итерационный метод решения функциональных уравнений. Непрерывные функции: локальные свойства непрерывных функций; непрерывность функции от функции; точки разрыва; ограниченность функции, непрерывной на отрезке; существование наибольшего и наименьшего значений; прохождение через все промежуточные значения; равномерная непрерывность функции, непрерывной на отрезке; монотонные функции; существование и непрерывность обратной функции; непрерывность элементарных функций. Дифференциалы и производные: дифференцируемость функций в точке; производная в точке, дифференциал и их геометрический смысл; механический смысл производной; правила дифференцирования; производные и дифференциалы высших порядков; формула Лейбница. Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения: теорема Ролля, теоремы Лагранжа и Коши о конечных приращениях; локальная формула Тейлора;

- 10 -

асимптотические разложения элементарных функций; формула Тейлора с остаточным членом; применение дифференциального исчисления к исследованию функций, признаки знакопостоянства, монотонность, экстремумы, выпуклость, точки перегиба, раскрытие неопределенностей; геометрические приложения. Неопределенный интеграл: первообразная функция, неопределенный интеграл и его свойства; таблица формул интегрирования; замена переменной; интегрирование по частям; интегрирование рациональных функций; интегрирование некоторых простейших иррациональных и трансцен-

дентных функций. Определенный интеграл: задачи, приводящие к понятию определенного интеграла; определенный интеграл Римана; критерии интегрируемости; интегрируемость непрерывной функции, монотонной функции и ограниченной функции с конечным числом точек разрыва; свойства определенного интеграла, теорема о среднем значении; дифференцирование по переменному верхнему пределу; существование первообразной от непрерывной функции; связь определенного интеграла с неопределенным: формула Ньютона-Лейбница; замена переменной; интегрирование по частям; длина дуги и другие геометрические, механические и физические приложения; функция ограниченной вариации; теорема о представлении функции ограниченной вариации и основные свойства; интеграл Стильеса; признаки существования интеграла Стильеса и его вычисления. Функции многих переменных: Евклидово пространство  $n$  измерений; обзор основных метрических и топологических характеристик точечных множеств евклидова пространства; функции многих переменных, пределы, непрерывность; свойства непрерывных функций; дифференциал и частные производные функции многих переменных; производная по направлению; градиент; достаточное условие дифференцируемости; касательная плоскость и нормаль к поверхности; дифференцирование сложных функций; частные производные высших порядков, свойства смешанных производных; дифференциалы высших порядков; формула Тейлора для функций нескольких независимых переменных; экстремум; отображения  $R$  в  $R$ , их дифференцирование, матрица производной; якобианы; теоремы о неявных функциях; замена переменных; зависимость функций; условный экстремум; локальное обращение дифференцируемого отображения  $R$  в  $R$  и теорема о неявном отображении; принцип неподвижной точки сжимающего отображения полного метрического пространства. Числовые ряды: сходимость и

сумма числового ряда; критерий Коши; знакопостоянные ряды; сравнение рядов; признаки сходимости Даламбера, Коши; интегральный признак сходимости; признак Лейбница; абсолютная и условная сходимость; преобразование Абеля и его применение к рядам; перестановка членов абсолютно сходящегося ряда; теорема Римана; операции над рядами; двойные ряды; понятие о бесконечных произведениях. Функциональные последовательности и ряды: равномерная сходимость; признаки равномерной сходимости; теорема о предельном переходе; теоремы о непрерывности, почленном интегрировании и дифференцировании; степенные ряды, радиус сходимости, формула Коши-Адамара; равномерная сходимость и непрерывность суммы степенного ряда; почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов; ряд Тейлора; разложение элементарных функций в степенные ряды; оценка с помощью формулы Тейлора погрешности при замене

- 11 -

функции многочленом; ряды с комплексными членами; формулы Эйлера; применение рядов к приближенным вычислениям; теоремы Вейерштрасса о приближении непрерывных функций многочленами. Несобственные интегралы: интегралы с бесконечными пределами и интегралы от неограниченных функций; признаки сходимости; интегралы, зависящие от параметра; непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру; несобственные интегралы, зависящие от параметра: равномерная сходимость, непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру; применение к вычислению некоторых интегралов; функции, определяемые с помощью интегралов, бета- и гамма- функции Эйлера. Ряды Фурье: ортогональные системы функций; тригонометрическая система; ряд Фурье; равномерная сходимость ряда Фурье;

признаки сходимости ряда Фурье в точке; принцип локализации; минимальное свойство частных сумм ряда Фурье; неравенство Бесселя; достаточное условие разложимости функции в тригонометрический ряд Фурье; сходимость в среднем; равенство Парсеваля; интеграл Фурье и преобразование Фурье. Двойной интеграл и интегралы высшей кратности: двойной интеграл, его геометрическая интерпретация и основные свойства; приведение двойного интеграла к повторному; замена переменных в двойном интеграле; понятие об аддитивных функциях области; площадь поверхности; механическое и физическое приложения двойных интегралов; интегралы высшей кратности; их определение, вычисление и простейшие свойства; несобственные кратные интегралы. Криволинейные интегралы и интегралы по поверхности: криволинейные интегралы; формула Грина; интегралы по поверхности; формула Остроградского; элементарная формула Стокса; условия независимости криволинейного интеграла от формы пути. Элементы теории поля: скалярное поле; векторное поле; поток, расходимость, циркуляция, вихрь; векторная интерпретация формул Остроградского и Стокса; потенциальное поле; векторные линии и векторные трубки; соленоидальное поле; оператор "набла"; понятие о дифференциальных формах и интегрирование их по цепям; абстрактная теорема Стокса и получение из нее элементарной формулы Стокса и формулы Гаусса-Остроградского.

#### ОД.02 Алгебра:

250

понятие группы, кольца и поля; поле комплексных чисел; кольцо многочленов; деление многочленов с остатком; теорема Безу; кратность корня многочлена, ее связь со значениями производных; разложение многочленов на неприводимые множители над полями комплексных и действительных чисел; формулы Виета; наибольший общий делитель многочленов, его нахождение с помощью алгоритма Евклида; коль-

цо многочленов от нескольких переменных; симметрические многочлены. Группа подстановок; четность подстановки; циклические группы; разложение группы на смежные классы по подгруппе; теорема Лагранжа. Системы линейных уравнений; свойства линейной зависимости; ранг матрицы; определители, их свойства и применение к исследованию и решению систем линейных уравнений; кольцо матриц и группа невырожденных матриц. Векторные пространства; базис и размерность; подпространства; сумма и пересечение подпространств; прямые суммы; билинейные и квадратичные формы; приведение квадратичной формы к нормальному виду; закон инерции; положительно определенные квадратичные

- 12 -

формы; критерий Сильвестра; ортонормированные базисы и ортогональные дополнения; определители Грама и объем параллелепипеда. Линейные операторы; собственные векторы и собственные значения; достаточные условия приводимости матрицы линейного оператора к диагональному виду; понятие о жордановой нормальной форме; самосопряженные и ортогональные (унитарные) операторы; приведение квадратичной формы в евклидовом пространстве к каноническому виду. Аффинные системы координат; линейные многообразия, их взаимное расположение; квадратики (гиперповерхности второго порядка); их аффинная и метрическая классификация и геометрические свойства; примеры групп преобразований: классические линейные группы, группа движений и группа аффинных преобразований, группы симметрии правильных многоугольников и многогранников в трехмерном пространстве; классификация движений плоскости и трехмерного пространства.

векторы: векторы, их сложение и умножение на число; линейная зависимость векторов и ее геометрический смысл; базисы и координаты; скалярное произведение векторов; переход от одного базиса к другому; ориентация; ориентированный объем параллелепипеда; векторное и смешанное произведения векторов. Прямая линия и плоскость: системы координат; переход от одной системы координат к другой; уравнение прямой линии на плоскости и плоскости в пространстве; взаимное расположение прямых на плоскости и плоскостей в пространстве; прямая в пространстве. Линии второго порядка: квадратичные функции на плоскости и их матрицы; ортогональные матрицы и преобразования прямоугольных координат; ортогональные инварианты квадратичных функций; приведение уравнения линий второго порядка к каноническому виду; директориальное свойство эллипса, гиперболы и параболы; пересечение линий второго порядка с прямой; центры линий второго порядка; асимптоты и сопряженные диаметры; главные направления и главные диаметры; оси симметрии. Аффинные преобразования: определение и свойства аффинных преобразований; аффинная классификация линий второго порядка; определение и свойства изометрических преобразований; классификация движений плоскости. Поверхности второго порядка: теорема о канонических уравнениях поверхностей второго порядка (без доказательства); эллипсоиды; гиперболоиды; параболоиды; цилиндры; конические сечения; прямолинейные образующие; аффинная классификация поверхностей второго порядка. Проективная плоскость: пополненная плоскость и связка; однородные координаты; линии второго порядка в однородных координатах; проективные системы координат; проективные преобразования; проективная классификация линий второго порядка.

векторные пространства: линейная зависимость векторов; размерность и базис векторного пространства; координаты вектора в заданном базисе; изоморфность векторных пространств одинаковой конечной размерности; подпространства векторного пространства; линейная оболочка и ранг систем векторов; пересечение и сумма подпространств; прямая сумма; линейные функции; сопряженное пространство; дуальный базис; линейные отображения векторных прост-

- 13 -

ранств, их задание матрицами: ядро и образ линейного отображения; условие существования обратного отображения; линейные операторы; действия над ними; матрицы оператора в различных базисах; инвариантные подпространства; собственные векторы и собственные значения; характеристический многочлен линейного оператора; теорема Гамильтона-Кэли; Жорданова клетка: корневые пространства; разложение в прямую сумму; теорема о жордановой нормальной форме матрицы линейного оператора в комплексном и в вещественном пространстве; единственность жордановой нормальной формы; необходимое и достаточное условие диагонализируемости матрицы; полилинейные функции на векторном пространстве: общее понятие о тензорах; координаты тензора; переход от одной системы координат к другой; задание тензоров типа  $/2,0/$  (билинейных функций) матрицей; квадратичные и эрмитовы формы; приведение симметрических билинейных форм к каноническому виду; закон инерции; положительные определенные формы; критерий Сильвестра; свертка тензора: симметрические и кососимметрические тензоры; операция симметрирования и альтернирования; внешнее умножение; внешняя алгебра; связь с определителями; ориентация конечномерного векторного

пространства; Евклидовы и унитарные векторные пространства: длина вектора и угол между векторами; неравенство Коши-Буняковского; ортонормированные базисы; процесс ортогонализации; ортогональные и унитарные матрицы; примеры; изоморфность унитарных пространств одинаковой размерности; соответствие между билинейными формами и линейными операторами: линейный оператор, сопряженный к данному; симметрические и эрмитовы линейные операторы; их спектр; существование собственного ортонормированного базиса; приведение квадратичной (эрмитовой) формы к главным осям; ортогональные и унитарные линейные операторы; канонический базис для них; аффинные и евклидовы аффинные (точечные) пространства: системы координат; плоскости в аффинном пространстве; их задание системами линейных уравнений; расстояние между точками евклидова пространства; расстояние от точки до плоскости; объем в евклидовом пространстве; объем параллелепипеда и определитель Грама; аффинные отображения, их запись в координатах: разложение аффинного преобразования в произведение сдвига и преобразования, оставляющего на месте точку; геометрический смысл определителя аффинного преобразования; движения евклидова пространства; классификация движений трехмерного пространства; группа невырожденных аффинных преобразований и группа движений; теоретико-групповая точка зрения на геометрию; аффинная и евклидова геометрия; квадратики (гиперповерхности второго порядка) в аффинном пространстве: классификация квадратиков в аффинной и евклидовой геометриях; невырожденные центральные квадратики; линейные уравнения, определяющие центр; канонические и цилиндрические квадратики; асимптотические направления; геометрические свойства главных осей эллипсоида; проективное пространство произвольной размерности, различные модели: од-



народные координаты; аффинные карты проективного пространства; проективные преобразования и проективная группа; квадратики в проективном пространстве, их классификация.

- 14 -

ОД.05 Дискретная математика:

80

комбинаторика и графы: выборки, перестановки, сочетания, перестановки с повторениями; биномиальные коэффициенты, их свойства; биномиальная теорема; полиномиальная теорема; формула включения и исключения; производящие функции и рекуррентные соотношения; графы; основные понятия; способы представления графов, оценка числа неизоморфных графов с  $q$  ребрами; Эйлеровы циклы; теорема Эйлера; укладки графов; укладка графов в трехмерном пространстве; планарность; формула Эйлера для плоских графов; деревья и их свойства; оценка числа неизоморфных корневых деревьев с  $q$  ребрами; теорема Кюли о числе деревьев на  $n$  пронумерованных вершинах; потоки в сетях; теорема Форда-Фалкерсона о максимальном потоке и минимальном разрезе; алгоритм нахождения максимального потока; теорема о целочисленности; задача о назначениях; паросочетания; теорема Холла о паросочетаниях в двудольном разрезе; дискретные экстремальные задачи, алгоритм Краскала нахождения минимального основного дерева; метод ветвей и границ. Булевы функции: булевы функции; табличный способ задания; существенные и несущественные переменные; формулы; эквивалентность формул; элементарные функции и их свойства; разложение функций по переменной; совершенная дизъюнктивная нормальная форма; полные системы функций; полиномы Жегалкина; представление булевых функций полиномами; замыкание; свойства операции замыкания; замкнутые

классы; классы  $T$  и  $T^*$ ; линейные функции; лемма о нелинейной функции; самодвойственные функции; принцип двойственности; лемма о несамодвойственной функции; монотонные функции; лемма о немонотонной функции; теорема о неполноте систем функций алгебры логики; предполные классы; базисы; примеры базисов; дизъюнктивные нормальные формы (ДНФ); тупиковая, минимальная и сокращенная ДНФ; геометрическая интерпретация; алгоритм нахождения всех минимальных ДНФ; свойство сокращенной ДНФ для монотонных булевых функций; методы построения сокращенной ДНФ; градиентный алгоритм; локальные алгоритмы. Функции  $k$ -значной логики; элементарные функции; полнота систем функций; алгоритм распознавания полноты конечных систем функций в  $P$ ; представление функций из  $P$  полиномами; особенности функций  $k$ -значной логики; пример замкнутого класса в  $P$ , не имеющего базиса; пример замкнутого класса в  $P$ , имеющего счетный базис; пример континуального семейства замкнутых классов в  $P$ ; теорема Кузнецова о функциональной полноте в  $P$ ; существенные функции; теорема Слупецкого. Теория кодирования: побуквенное кодирование; разделимые коды; префиксные коды; критерий однозначности декодирования; неравенство Крафта-Макмиллана для разделимых кодов; условие существования разделимого кода с заданными длинами кодовых слов; оптимальные коды; методы построения оптимальных кодов; метод Хафмана; самокорректирующиеся коды; коды Хэмминга, исправляющие единичную ошибку; линейные коды и их простейшие свойства; коды Боуза-Чоудхури. Синтез и сложность управляющих систем: схемы из функциональных элементов; сложность схем; синтез схем из функциональных элементов для индивидуальных функций; схемы сложения и умножения  $n$ -разрядных чисел; простейшие универсальные методы синтеза; метод Шеннона; мощностной метод получения низких оценок

сложности; функция  $L(n)$ ; порядок роста функции  $L(n)$ ; асимптотически наилучший метод синтеза схем из функциональных элементов в базисе  $\{v, \&, -\}$ ; асимптотика функции  $L(n)$ ; контактные схемы; простейшие методы синтеза; контактное дерево; универсальный многополюсник; метод Шеннона для контактных схем; функция  $L(n)$ ; порядок роста функции  $L(n)$ ; метод каскадов; нижняя оценка сложности линейной функции в классе контактных схем (метод Кардо).  
Ограниченно-детерминированные функции: детерминированные функции; задание детерминированных функций при помощи деревьев; вес функций; ограниченно-детерминированные функции (ОДФ); задание ОДФ диаграммами переходов и каноническими уравнениями; конечные автоматы; автоматные функции; состояние автомата; эквивалентность состояний; теорема об эквивалентности состояний конечного автомата; эквивалентность автоматов; построение автомата, эквивалентного данному, с минимальным числом состояний; преобразование автоматными функциями периодических последовательностей; операция суперпозиции; отсутствие полных относительно операций суперпозиции конечных систем автоматных функций; схемы из логических элементов и элементов задержки; реализация автоматных функций; события; операции над событиями; регулярные события и их представимость в автоматах; теорема Клини; регулярные выражения; представимость событий регулярными выражениями; пример нерегулярного события.

Логические исчисления, модели: исчисление высказываний; аксиомы; правило вывода; производные правила вывода; тождественная истинность выводимых формул; непротиворе-

чивость исчисления высказываний; теорема о полноте исчисления высказываний; предикаты; логические операции над предикатами и их теоретико-множественный смысл; кванторы; геометрический смысл квантора существования; модели; формулы; свободные и связанные переменные; истинность формул в модели, на множестве; общезначимые формулы; эквивалентные формулы логики предикатов; правила преобразований формул в эквивалентные; нормальная форма; исчисление предикатов; аксиомы; правила вывода; производные правила вывода; тождественная истинность выводимых формул; непротиворечивость исчисления предикатов; теорема о полноте для случая одноместных предикатов. Вычислимые функции: машины Тьюринга; вычислимые функции; тезис Черча; примеры вычислимых функций; рекурсивные, рекурсивно перечислимые множества и их алгоритмическая характеристика; теорема Поста; примеры алгоритмически неразрешимых проблем; неразрешимость проблем самоприменимости, применимости; теорема Поста-Маркова о существовании ассоциативного исчисления с алгоритмически неразрешимой проблемой равенства; теорема о неразрешимости проблемы распознавания тождественно истинных формул исчисления предикатов; операции суперпозиции и примитивной рекурсии; примитивно-рекурсивные функции; операция минимизации; частично-рекурсивные функции; вычислимость частично-рекурсивных функций; частичная рекурсивность вычислимых функций; формула Клини.

#### ОД.07 Дифференциальные уравнения:

220

понятие дифференциального уравнения; поле направлений, решения; интегральные кривые, векторное поле; фазовые

кривые. Элементарные приемы интегрирования: уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, урав-

нения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель, линейное уравнение, уравнение Бернулли, метод введения параметра, уравнения Лагранжа и Клеро. Задача Коши: теорема существования и единственности решения задачи Коши (для системы уравнений, для уравнения любого порядка). Продолжение решений; линейные системы и линейные уравнения любого порядка; интервал существования решения линейной системы (уравнения). Линейная зависимость функций и определитель Вронского; формула Лиувилля-Остроградского; фундаментальные системы и общее решение линейной однородной системы (уравнения); неоднородные линейные системы (уравнения); Метод вариации постоянных; решение однородных линейных систем и уравнений с постоянными коэффициентами. Решение неоднородных линейных уравнений с постоянными коэффициентами и неоднородностями специального вида (квазимногочлен). Непрерывная зависимость решения от параметра; дифференцируемость решения по параметру; линеаризация уравнения в вариациях; устойчивость по Ляпунову; теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению и ее применение; фазовые траектории двумерной линейной системы с постоянными коэффициентами; особые точки, седло, узел, фокус, центр. Первые интегралы; уравнения с частными производными первого порядка; связь характеристик с решениями; задача Коши; теорема существования и единственности решения задачи Коши (в случае двух независимых переменных).

#### ОД.08.Дифференциальная геометрия:

54

геометрические объекты: кривые – способы задания, кривизна плоских кривых, пространственные кривые, репер Френе, кривизна и кручение пространственных кривых, формулы Френе, натуральное уравнение кривой, эволюта и эвольвента; поверхности – способы задания поверхностей,

координаты на поверхности, касательная плоскость, первая квадратичная форма поверхности, площадь поверхности, кривизна кривых на поверхности, вторая квадратичная форма и ее свойства, инварианты пары квадратичных форм, средняя и гауссова кривизна поверхности, деривационные формулы, символы Кристоффеля поверхности, геодезическая кривизна, геодезические и их свойства; многомерные геометрические объекты - проективное пространство, аффинная карта проективного пространства, модели проективных пространств малой размерности, метрические группы.

#### ОД.09.Топология:

54

Гладкие многообразия - общие сведения из общей топологии: топологическое пространство, метрическое пространство, непрерывное отображение, гомеоморфизмы, компактность, связность, определение гладкого многообразия, отображений многообразий, примеры многообразий: гладкие поверхности, матричные группы, проективное пространство; многообразие с краем, Риманова метрика, касательный вектор, касательное пространство к многообразию, векторные поля на многообразии. Тензорный анализ на многообразиях: тензоры на римановом многообразии - общее определение тензора, алгебраические операции над тензорами, поднятие и опускание индексов, оператор Ходиса, кососимметрические тензоры, дифференциальные формы, внешнее произведение дифференциальных форм, внешняя алгебра, поведение

- 17 -

тензоров при отображениях, дифференциал отображения, отображение касательных пространств; связность и ковариантное дифференцирование - ковариантная производная тензоров, параллельный перенос векторных полей, геодезические; связности, согласованные с метрикой; тензор кривизны, симметрии тензора кривизны; тензор кривизны, порожд-

денный метрикой; тензоры кривизны двух- и трехмерных многообразий; дифференциальные формы и теория интегрирования - разбиение единицы на многообразии, интеграл дифференциальной формы, примеры: криволинейные и поверхностные интегралы второго рода; общая формула Стокса, примеры: формулы Грина, Стокса и Остроградского-Гаусса. Элементы топологии многообразий: гомотопия - определение гомотопии, аппроксимация отображений и гомотопий гладкими, относительная гомотопия; степень отображения - определение степени, гомотопическая классификация отображений многообразия в сферу, степень и интеграл, степень векторного поля на поверхности, теорема Гаусса-Бонне, индекс особой точки векторного поля, теорема Пуанкаре-Бендиксона.

#### ОД.10 Функциональный анализ и интегральные уравнения: 220

введение: возникновение функционального анализа как самостоятельного раздела математики; современное развитие функционального анализа и его связь с другими областями математики. Метрические и топологические пространства: множества, алгебра множеств; счетные множества и множества мощности континуума; метрические пространства; открытые и замкнутые множества; компактные множества в метрических пространствах; критерий Хаусдорфа; полнота и пополнение; теорема о стягивающих шарах; принцип сжимающих отображений; топологические пространства; примеры. Мера и интеграл Лебега: построение меры Лебега на прямой; общее понятие  $\sigma$ -аддитивной меры; лебеговское продолжение меры; измеримые функции их свойства; определение интеграла Лебега; класс суммируемых функций; предельный переход под знаком интеграла; связь интеграла Лебега с интегралом Римана; интеграл Стильтьеса; теорема Радона-Никодима; прямое произведение мер и теорема Фубини;

пространства  $L_p$ ,  $p \geq 1$ ; неравенства Гельдера и Минковского. Банаховы пространства: определение линейного нормированного пространства; примеры норм; банаховы пространства; сопряженное пространство, его полнота; теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала; общий вид линейных функционалов в некоторых банаховых пространствах; линейные операторы; норма оператора; сопряженный оператор; принцип равномерной ограниченности; обратный оператор; спектр и резольвента; теорема Банаха об обратном операторе; компактные операторы; компактность интегральных операторов; понятие об индексе; теорема Фредгольма; примеры использования теоремы Фредгольма (задача Штурма-Лиувилля, теория потенциала, индекс дифференциального оператора). Гильбертовы пространства: скалярное произведение; неравенство Коши-Буняковского-Шварца; ортогональные системы; неравенство Бесселя; базисы и гильбертова размерность; теорема об изоморфизме; ортогональное дополнение; общий вид линейного функционала; самосопряженные (эрмитовы) и унитарные операторы; ортопроекторы; спектр эрмитова и унитарного оператора; теорема Гильберта о компактных эрмитовых операторах; функцио-

- 18 -

нальное исчисление; приведение оператора к виду умножения на функцию; спектральная теорема; неограниченные самосопряженные операторы; примеры. Линейные топологические пространства и обобщенные функции: полинормированные пространства; функционал Минковского; нормируемость и метризуемость; топологии в сопряженном пространстве; слабая компактность шара в сопряженном пространстве; Основные пространства гладких функций; пространства обобщенных функций; операции над обобщенными функциями: умножение на гладкую функцию, дифференцирование, замена



переменных, преобразование Фурье. Элементы линейного анализа: слабый и сильный дифференциал нелинейного функционала; экстремум функционала; классические задачи вариационного исчисления; уравнение Эйлера; вторая вариация; условия Лежандра и Якоби.

#### ОД.11 Теория функций комплексного переменного:

165

комплексные числа: комплексные числа, комплексная плоскость; модуль и аргумент комплексного числа, их свойства; числовые последовательности и их пределы, ряды; стереографическая проекция, ее свойства; сфера Римана, расширенная комплексная плоскость; множества на плоскости, области и кривые. Функции комплексного переменного и отображения множеств: функции комплексного переменного; предел функции; непрерывность, модуль непрерывности; дифференцируемость по комплексному переменному, условие Коши-Римана; аналитическая функция; геометрический смысл аргумента и модуля производной; понятие о конформном отображении. Элементарные функции: целая линейная и дробно-линейная функции, их свойства, общий вид дробно-линейного отображения круга на себя и верхней полуплоскости на круг; экспонента и логарифм, степень с произвольным показателем; понятие о римановой поверхности на примерах логарифмической и общей степенной функций; функция Жуковского; тригонометрические и гиперболические функции. Интеграл по комплексному переменному, его простейшие свойства, связь с криволинейными интегралами 1-го и 2-го рода; сведение к интегралу по действительному переменному; первообразная функция, формула Ньютона-Лейбница; переход к пределу под знаком интеграла; интегральная теорема Коши. Интеграл Коши: интегральная формула Коши; бесконечная дифференцируемость аналитических функций, формулы Коши для производных; теорема Мореры. Последовательности и ряды аналити-

ческих функций в области: теорема Вейерштрасса; степенные ряды; теорема Абеля, формула Коши  $\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f(z)}{z-a} dz$  Адамара; разложение аналитической функции в степенной ряд, единственность разложения; неравенство Коши для коэффициентов степенного ряда; действия со степенными рядами. Теорема единственности и принцип максимума модуля: нули аналитической функции, порядок нуля; теорема единственности для аналитических функций; принцип максимума модуля и лемма Шварца. Ряд Лорана: ряд Лорана, область его сходимости; разложение аналитической функции в ряд Лорана, единственность разложения, формулы и неравенства Коши для коэффициентов; теорема Лиувилля и теорема об устранимой особой точке. Изолированные особые точки однозначного характера: классификация изолированных особых точек однозначного характера по поведению функции и ряду Лорана; полюс, порядок полюса; существенно особая точка, теорема Сохоцкого-Вейерштрасса, понятие о теореме Пикара; бесконечно удаленная точка как

- 19 -

особая. Вычеты, принцип аргумента: определение вычета, теоремы Коши о вычетах, вычисления вычетов; применения вычетов; логарифмический вычет, принцип аргумента; теорема Руше и теорема Гурвица. Отображения посредством аналитических функций: принцип открытости и принцип области; теорема о локальном обращении; однолистные функции, критерий локальности однолистности и критерий конформности в точке, достаточное условие однолистности (обратный принцип соответствия границ); дробно-линейность однолистных конформных отображений круговых областей друг на друга; теорема Римана (без доказательства) и понятие о соответствии границ при конформном отображении. Аналитическое продолжение: аналитическое продолжение по цепи и по кривой; полная аналитическая функция в смысле Вейерштрасса,

ее риманова поверхность и особые точки; теорема о монотонности; аналитическое продолжение через границу области, принцип симметрии. Целые и мероморфные функции: целые функции, их порядок и тип; произведение Вейерштрасса; мероморфные функции; функции, мероморфные в расширенной плоскости. Гармонические функции на плоскости: гармонические функции, их связь с аналитическими функциями; бесконечная дифференцируемость гармонических функций; аналитичность комплексно сопряженного градиента; теорема о среднем, теорема единственности и принцип максимума-минимума; инвариантность гармоничности при голоморфной замене переменных; теорема Лиувилля и теорема Харнака об устранимой особой точке; интегралы Пуассона и Шварца; разложение гармонических функций в ряды, связь с тригонометрическими рядами; задача Дирихле, применение конформных отображений для ее решения; гидромеханическое истолкование гармонических и аналитических функций.

#### ОД.12 Уравнения с частными производными:

220

вывод уравнений колебаний струны, теплопроводности, Лапласа; постановка краевых задач, их физическая интерпретация; теорема Коши-Ковалевской; понятия характеристического направления, характеристики; приведение к каноническому виду и классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка; волновое уравнение; энергетические неравенства; единственность решения задачи Коши и смешанной задачи; вывод формул Кирхгоффа и Пуассона, исследование этих формул; метод Фурье для уравнения колебаний струны, общая схема метода Фурье; уравнения Лапласа и Пуассона; формулы Грина; фундаментальное решение оператора Лапласа; потенциалы; свойства гармонических функций; единственность решений основных краевых задач для уравнения Лапласа; функция Грина зада-

чи Дирихле; решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре; единственность решения внешней задачи Дирихле; обобщенные решения краевых задач; уравнение теплопроводности; принцип максимума в ограниченной области и единственность решения задачи Коши; построение решения задачи Коши для уравнения теплопроводности; понятие корректной краевой задачи; примеры корректных и некорректных краевых задач.

#### ОД.13 Теория вероятностей:

110

вероятность: пространство исходов; операции над событиями; алгебра и  $\sigma$ -алгебра событий; измеримое пространство;  $\sigma$ -алгебра борелевских множеств в  $\mathbb{R}^n$ ; аксиоматика А.Н. Колмогорова; свойства вероятности; вероятностное прост-

- 20 -

ранство как математическая модель случайного эксперимента; теорема об эквивалентности аксиом аддитивности и непрерывности вероятности; дискретное вероятностное пространство; классическое определение вероятности; функция распределения вероятностной меры, ее свойства; теорема о продолжении меры с алгебры интервалов в  $\mathbb{R}$  на  $\sigma$ -алгебру борелевских множеств; взаимнооднозначное соответствие между вероятностными мерами и функциями распределения; непрерывные и дискретные распределения; примеры вероятностных пространств. Случайные величины и векторы: функции распределения случайных величин и векторов; функции от случайных величин; дискретные и непрерывные распределения;  $\sigma$ -алгебры, порожденные случайными величинами. Условная вероятность: формула полной вероятности; независимость событий; задача о разорении игрока; прямое произведение вероятностных пространств; схема Бернулли; предельные теоремы для схемы Бернулли. Математическое ожидание: интеграл Лебега; математическое ожидание сле-

чайной величины; дисперсия; теоремы о математическом ожидании и дисперсии; вычисление математического ожидания и дисперсии для некоторых распределений; ковариация, коэффициент корреляции; неравенство Чебышева; закон больших чисел. Предельные теоремы: характеристическая функция; многомерное нормальное распределение; виды сходимости: по вероятности, с вероятностью 1, по распределению; прямая и обратная теоремы для характеристических функций; центральная предельная теорема; формула обращения для характеристических функций; неравенство Колмогорова; усиленный закон больших чисел.

#### ОД.14 Математическая статистика:

110

статистические модели и основные задачи статистического анализа, примеры; экспоненциальные семейства; статистическое оценивание, методы оценивания; неравенство информации; достаточные статистики; условное распределение, условное математическое ожидание; улучшение несмещенной оценки посредством усреднения по достаточной статистике; полные достаточные статистики; наилучшие несмещенные оценки; теорема факторизации; линейная регрессия с гауссовыми ошибками; факторные модели; общие линейные модели; достаточные статистики в линейных моделях; метод наименьших квадратов; свойства оценок наименьших квадратов, ортогональные планы; анализ одной нормальной выборки, доверительные интервалы; проверка статистических гипотез, основные понятия; лемма Неймана-Пирсона; равномерно наиболее мощные критерии, примеры; проверка линейных гипотез в линейных моделях; критерий К.Пирсона "хи-квадрат"; оценки наибольшего правдоподобия, состоятельность; понятие асимптотической нормальности случайной последовательности; асимптотическая нормальность оценок максимального правдоподобия; примеры преобразова-

ний, стабилизирующих экспертные оценки.

ОД.15 Теория случайных процессов:

54

определение случайного процесса; конечномерные распределения; траектории; теорема Колмогорова о существовании процесса с заданным семейством конечномерных распределений (без доказательства). Классы случайных процессов: гауссовские, марковские, стационарные, точечные, с независимыми приращениями; примеры; соотношения между классами. Свойства многомерных гауссовских процессов; су-

- 21 -

ществование гауссового процесса с заданными средним и корреляционной матрицей; свойства симметрии и согласованности. Винеровский процесс; критерий Колмогорова непрерывности траектории; следствие для гауссовских процессов. Пуассоновский процесс; построение пуассоновского процесса по последовательности независимых показательных распределений; определение Хинчина пуассоновского процесса. Среднеквадратическая теория: необходимые и достаточные условия непрерывности, дифференцируемости и интегрируемости; стохастический интеграл; процессы с ортогональными приращениями. Пример стационарного, гауссовского, марковского процесса; примеры стационарных в широком смысле процессов. Цепи Маркова с непрерывным временем; уравнение Колмогорова-Чепмэна; прямые и обратные дифференциальные уравнения Колмогорова; время пребывания процесса в данном состоянии. Процессы гибели и размножения; связь с теорией массового обслуживания; применение к расчету пропускной способности технических систем.

ОД.16 Теоретическая механика:

190

кинематика: траектория, закон движения, скорость точки, ускорение точки, теорема о сложении скоростей, угловая скорость твердого тела, сложение движений твердого тела

(поступательного и вращательного), пара вращений, теорема Эйлера о поле скоростей движущегося твердого тела, поле скоростей и ускорений тела с одной неподвижной точкой, теорема Кориолиса; динамика точки: законы Ньютона, уравнения движения материальной точки в декартовых и естественных осях, теоремы динамики точки, первые интегралы уравнений движения, движение под действием центральной силы, законы Кеплера, движение по поверхности и кривой (точка со связью), реакции связей, теорема об изменении энергии для несвободной точки, относительное движение и относительное равновесие точки со связью, вес тела на Земле; динамика систем точек: связи и их классификация, обобщенные координаты и обобщенные силы, принцип виртуальных перемещений для неосвобождающих связей, принцип Даламбера-Лагранжа для систем с идеальными связями, силы внутренние и внешние, теоремы динамики систем, формулы Кенига, первые интегралы уравнений движения и законы сохранения; аналитическая механика: уравнения Лагранжа второго рода, циклические и позиционные координаты, уравнения Рауса для систем с циклическими координатами, канонические уравнения Гамильтона, принципы Гамильтона и Якоби.

ОД.17 Вариационное исчисление и методы оптимизации: 110

элементы дифференциального исчисления и выпуклого анализа; гладкие задачи с равенствами и неравенствами; правило множителей Лагранжа; задачи линейного программирования и проблемы экономики; теорема двойственности; классическое вариационное исчисление; уравнение Эйлера; условия второго порядка Лежандра и Якоби; задачи коассиического вариационного исчисления с ограничениями; необходимые условия в изопериметрической задаче и задаче со старшими производными; классическое вариационное исчис-

ление и естествознание; оптимальное управление; принцип максимума Понтрягина; оптимальное управление и задачи техники; методы решения задач линейного программирования; симплекс-метод; методы решения задач без ограничения; градиентные методы; метод Ньютона; методы сопряженных

- 22 -

ных направлений; численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления.

ОД.18 Теория чисел:

110

предмет курса; краткий исторический обзор развития теории чисел; основные направления исследований и основные методы; влияние теории чисел на развитие других разделов математики; применения теоретико-числовых результатов в математике и ее приложениях; роль русских и советских математиков в развитии теории чисел; простые числа: свойства делимости целых чисел; простые числа; решето Эратосфена; теорема Евклида о бесконечности множества простых чисел; основная теорема арифметики о разложении целых чисел на простые сомножители; наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное; некоторые частные случаи теоремы Дирихле о бесконечности множества простых чисел в арифметической прогрессии; арифметические функции: целая и дробная часть числа; разложение числа  $n!$  на простые множители; суммы, распространенные на делители числа; мультипликативные функции; функция Эйлера и ее свойства; сумма делителей и число делителей; оценки Чебышева для функции числа простых чисел, не превосходящих  $x$ ; цепные дроби: конечные цепные дроби; подходящие дроби и их свойства; нахождение наибольшего общего делителя двух чисел с помощью цепных дробей; бесконечные цепные дроби; разложение действительных чисел в цепные дроби; приближение действительных чисел рациональными числами;



подходящие дроби как наилучшие приближения; признак иррациональности числа; иррациональность числа "е"; теорема Лагранжа о разложении квадратичных иррациональностей в цепные дроби; числовые сравнения: сравнения и их основные свойства; вычеты и классы вычетов по модулю  $m$ ; кольца классов вычетов; полная система вычетов; приведенная система вычетов; теорема Эйлера и Ферма; сравнения первой степени: сравнения с одним неизвестным; равносильные сравнения; решения сравнения; сравнения первой степени; теорема о существовании решений; простейшие приемы решений; решение сравнений с помощью цепных дробей; системы сравнений; их решения; теоремы о решении систем сравнений первой степени; сравнения  $n$ -ой степени: сравнения  $n$ -ой степени по простому модулю; теоремы о равносильности сравнений; теорема о числе решений сравнения; теорема Вильсона; сравнения  $n$ -ой степени по составному модулю; сведение сравнения по составному модулю к системе сравнений по простому модулю; сравнения второй степени: сведение сравнения второй степени к двучленному сравнению; двучленные сравнения по простому модулю; квадратичные вычеты и невычеты; число решений сравнения; критерий Эйлера для квадратичных вычетов и невычетов; символ Лежандра и его свойства; закон взаимности квадратичных вычетов; сравнения второй степени по составному модулю; первообразные корни и индексы: показатель числа по модулю  $m$ ; свойства показателей; теорема о существовании первообразного корня по простому модулю; первообразные корни по модулям  $p$  и  $2p$ ; теорема об отыскании первообразных корней; индексы по модулям  $p$  и  $2p$ ; таблицы индексов; двучленные сравнения  $n$ -ой степени; существование решений; степенные вычеты и невычеты  $n$ -ой степени; число степенных вычетов; критерий для

отыскания степенных вычетов; решение двучленных сравне-

- 23 -

ний с помощью вычетов; решение показательных сравнений;  
условие принадлежности числа показателю и, в частности,  
к классу первообразных корней; число классов принадлежа-  
щих показателю ; число классов первообразных корней;  
арифметические приложения теории сравнений: отыскание  
остатков от деления некоторого числа на заданное число;  
установление признаков делимости чисел; понятие об ал-  
гебраических и трансцендентных числах: алгебраические и  
трансцендентные числа; теорема Лиувилля и приближении  
алгебраических чисел рациональными числами; существова-  
ние трансцендентных чисел.

ОД.19 Курсы по выбору студента, устанавливаемые вузом (факультетом) : 513

И2СД.00 Дисциплины специализации, устанавливаемых  
И2вузом (факультетом) : 1000

И2Ф.00 Факультативные дисциплины 450

Ф.01 Военная подготовка 450

-----  
Всего: 8370 часов

П.00. Практики: 16 недель

И.00 Итоговая государственная аттестация:

И.01 Квалификационная работа 12 недель

Настоящая структура  
составлена исходя из следующих данных:

Теоретическое обучение	- 155 недель X 54час.= 8370 часов
Экзаменационные сессии	- 31 неделя
Практики	- 16 недель
Квалификационная работа	- 12 недель
Каникулы	- 37 недель
Отпуск после окончания вуза	- 4 недели
-----	
Всего - 255 недель	

Примечание:

1. Вуз (факультет) имеет право:

1.1. Изменять объем часов, отводимых на освоение учебного материала: для циклов дисциплин - в пределах 5%, для дисциплин, входящих в цикл - в пределах 10% без превышения максимального объема недельной нагрузки студента и при сохранении минимального содержания, указанных в данной программе.

1.2. Устанавливать объем часов по дисциплинам циклов общих гуманитарных и социально-экономических дисциплин (кроме иностранного языка и физической культуры), общих естественно-научных дисциплин при условии сохранения объема часов данного цикла и реализации минимума содержания дисциплин, указан-

1.3. Осуществлять преподавание общих гуманитарных и социально-экономических дисциплин в форме авторских лекционных курсов и разнообразных видов коллективных и индивидуальных практических занятий, заданий и семинаров по программам, (разработанным в самом вузе и учитывающим региональную, национально-этническую, профессиональную специфику, также и научно-исследовательские предпочтения преподавателей), обеспечивающим квалифицированное освещение тематики дисциплин

1.4. Устанавливать необходимую глубину усвоения отдельных разделов дисциплин (графа 2), входящих в циклы общих гуманитарных и социально-экономических дисциплин, общих естественно-научных дисциплин, в зависимости от профиля данной специальности.

1.5. Осуществлять реализацию отдельных дисциплин циклов ЕН и ОД в виде набора самостоятельно определяемых учебных курсов.

1.6. Определять содержание, состав практик и их распределение по семестрам.

2. Максимальный объем учебной нагрузки студента, включая все виды его аудиторной и внеаудиторной учебной работы, не должен превышать 54 часов в неделю. Объем обязательных аудиторных занятий студента не должен превышать за период теоретического обучения в среднем 27 часов в неделю. При этом в указанный объем не входят обязательные практические занятия по физической культуре и занятия по факультативным дисциплинам. Общее число каникулярного времени в учебный год должно составлять 7-10 недель, в том числе не менее двух недель в зимний период.

3. Факультативные дисциплины предусматриваются учебным планом вуза, но не являются обязательными для изучения студентом.

4. Курсовые работы (проекты) рассматриваются как вид учебной работы по дисциплине и выполняются в пределах часов,

отводимых на ее изучение.

5. Наименование специализаций устанавливается вузом и согласуется с Учебно-методическим объединением университетов (отделение математики и механики). Наименование дисциплин специализации, их объем и содержание устанавливаются высшим учебным заведением (факультетом).

6. Квалификация "Преподаватель" может быть присвоена выпускнику при выполнении им в процессе учебы требований, предъявляемых государственным стандартом для этой дополнительной квалификации, с соответствующей записью в дипломе; в случае, если в процессе учебы Государственные требования к минимуму содержания и уровню профессиональной подготовки выпускника для получения дополнительной квалификации "Преподаватель" выполнены не были, квалификация "Преподаватель" может быть получена в установленном порядке с выдачей сертификата утвержденного образца.

Составители:

По циклу фундаментальных и специальных дисциплин -  
Учебно-методическое объединение университетов (Совет по математике)

По циклу естественно-научных дисциплин -  
Экспертный совет по естественно-научному образованию

- 25 -

По циклу общих гуманитарных и социально-экономических дисциплин -  
Экспертный совет по гуманитарному и социально-экономическому образованию

Председатель  
Совета по математике УМО университетов

Главное управление образовательно-профессиональных программ и технологий

Начальник управления

Ю.Г. ТАТУР

Начальник отдела

университетского образования

В.С.СЕНАШЕНКО

Главный специалист

Н.Р.СЕНАТОРОВА

.

- 26 -

ї2ЕН.00 Общие естественно-научные дисциплины:	1350
ЕН.01 Компьютерные науки:	600
ЕН.02 Методы вычислений:	220
ЕН.03 Физика:	190
ЕН.04 Концепции современного естествознания	190
ЕН.05 Курсы естественно-научного цикла по выбору студента, устанавливаемые вузом (факультетом)	150
ї2ОД.00 Общепрофессиональные и специальные дисциплины: ї0	3770
ОД.01 Математический анализ:	810
ОД.02 Алгебра:	250
ОД.03 Аналитическая геометрия:	210
ОД.04 Линейная алгебра и геометрия:	210
ОД.05 Дискретная математика:	80
ОД.06.Математическая логика и теория алгоритмов:	80
ОД.07 Дифференциальные уравнения:	220
ОД.08.Дифференциальная геометрия:	54
ОД.09.Топология:	54
ОД.10 Функциональный анализ и интегральные уравнения:	220
ОД.11 Теория функций комплексного переменного:	165

ОД.12 Уравнения с частными производными:	220
ОД.13 Теория вероятностей:	110
ОД.14 Математическая статистика:	110
ОД.15 Теория случайных процессов:	54
ОД.16 Теоретическая механика:	190
ОД.17 Вариационное исчисление и методы оптимизации:	110
ОД.18 Теория чисел:	110
ОД.19 Курсы по выбору студента, устанавливаемые вузом (факультетом):	513
i2СД.00 Дисциплины специализации, устанавливаемых i2вузом (факультетом):	1000
i2Ф.00 Факультативные дисциплины	450
Ф.01 Военная подготовка	450

-----  
Всего: 8370 часов

П.00. Практики: 16 недель

И.00 Итоговая государственная аттестация:

И.01 Квалификационная работа 12 недель

Настоящая структура

составлена исходя из следующих данных:

Теоретическое обучение	- 155 недель X 54час.= 8370 часов
Экзаменационные сессии	- 31 неделя
Практики	- 16 недель
Квалификационная работа	- 12 недель
Каникулы	- 37 недель
Отпуск после окончания вуза	- 4 недели

-----  
Всего - 255 недель