|  |
| --- |
|  Государственный Комитет Российской Федерации по высшему образованию УТВЕРЖДАЮ: Заместитель Председателя Госкомвуза России В.Д.ШАДРИКОВ "26" июля 1994г. ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ СТАНДАРТ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ Г О С У Д А Р С Т В Е Н Н Ы Е Т Р Е Б О В А Н И Я к минимуму содержания и уровню подготовки выпускника по специальности 010100 - Математика (третий уровень профессионального образования) Вводится в качестве стандарта с 1 сентября 1994 года Москва, 1994 г. 1. Общая характеристика специальности 010100 - Математика 1.1. Специальность утверждена приказом Государственногокомитета Российской Федерации по высшему образованию от 05марта 1994г. N180. 1.2 Нормативная длительность обучения по специальностипри очной форме обучения 5 лет. Квалификация - "Математик". 1.3 Характеристика основных сфер и объектов профессио-нальной деятельности специалиста по специальности 010100 - Ма-тематика. - исследовательская деятельность в областях, использующихматематические методы и компьютерные технологии; - создание и использование математических моделей процес-сов и объектов; - разработка эффективных математических методов решениязадач естествознания, техники, экономики и управления; - 2 - - программно-информационное обеспечение научно-исследова-тельской, проектно-конструкторской и эксплуатационно-управлен-ческой деятельности; - преподавание цикла математических дисциплин (в том чис-ле информатики), в соответствии с примечанием п.6. Сферами профессиональной деятельности специалиста являются: - академические и научно-исследовательские институты,проектные и научно-производственные организации, предприятия иобъединения, управленческие и экспертные учреждения различныхМинистерств и ведомств, бюро, фирмы и прочие организации раз-личных форм собственности; - учреждения систем высшего, среднего и среднего специ-ального образования Госкомвуза РФ, Министерства образованияРФ, Федеральной службы занятости РФ и других Министерств и ве-домств. 2.Требования к уровню подготовки лиц, успешно завершившихобучение по программе специалиста с квалификацией "Математик". 2.1. Общие требования к образованности специалиста. Специалист отвечает следующим требованиям: - знаком с основными учениями в области гуманитарных исоциально-экономических наук, способен научно анализироватьсоциально-значимые проблемы и процессы, умеет использовать ме-тоды этих наук в различных видах профессиональной и социальнойдеятельности; - знает этические и правовые нормы, регулирующие отноше-ние человека к человеку, обществу, окружающей среде, умеетучитывать их при разработке экологических и социальных проек-тов; - имеет целостное представление о процессах и явлениях,происходящих в неживой и живой природе, понимает возможностисовременных научных методов познания природы и владеет ими науровне, необходимом для решения задач, имеющих естественнона-учное содержание и возникающих при выполнении профессиональныхфункций; - способен продолжить обучение и вести профессиональнуюдеятельность в иноязычной среде (требование рассчитано на реа-лизацию в полном объеме через 10 лет); - имеет научное представление о здоровом образе жизни,владеет умениями и навыками физического самосовершенствования; - владеет культурой мышления, знает его общие законы,способен в письменной и устной речи правильно (логично) офор-мить его результаты; - умеет на научной основе организовать свой труд, владееткомпьютерными методами сбора, хранения и обработки (редактиро-вания) информации, применяемыми в сфере его профессиональнойдеятельности; - способен в условиях развития науки и изменяющейся соци-альной практики к переоценке накопленного опыта, анализу своихвозможностей, умеет приобретать новые знания, используя совре-менные информационные образовательные технологии; - понимает сущность и социальную значимость своей будущейпрофессии, основные проблемы дисциплин, определяющих конкрет-ную область его деятельности, видит их взаимосвязь в целостной - 3 -системе знаний; - способен к проектной деятельности в профессиональнойсфере на основе системного подхода, умеет строить и использо-вать модели для описания и прогнозирования различных явлений,осуществлять их качественный и количественный анализ; - способен поставить цель и сформулировать задачи, свя-занные с реализацией профессиональных функций, умеет использо-вать для их решения методы изученных им наук; - готов к кооперации с коллегами и работе в коллективе,знаком с методами управления, умеет организовать работу испол-нителей, находить и принимать управленческие решения в услови-ях различных мнений, знает основы педагогической деятельности; - методически и психологически готов к изменению вида ихарактера своей профессиональной деятельности, работе над меж-дисциплинарными проектами. 2.2. Требования к знаниям и умениям по дисциплинам. 2.2.1. Требования по общим гуманитарным и социально-эко-номическим дисциплинам. Требования (Федеральный компонент) к обязательному минимуму содержания и уровню подготовки выпускника выс- шей школы по циклу "Общие гуманитарные и социально-эко- номические дисциплины" утверждены Госкомвузом России 18 августа 1993 года и опубликованы в Бюллетене Госкомвуза России N11 за 1993 год. 2.2.2 Требования по естественно-научным дисциплинам. Специалист должен иметь представления: в области компьютерных наук: - об основных принципах устройства и функционирования ЭВМ; - об основах теории алгоритмов и ее применения, методах построе-ния формальных языков, основах структуры баз данных, основах машиннойграфики, архитектурных особенностях современных ЭВМ. - в области методов вычислений - о погрешности вычислений, интер-поляции, наилучшем приближении в нормированном пространстве, теоремеЧебышева об альтернансе, ортогональных многочленах, быстром дискретномпреобразовании Фурье, сплайнах, численном интегрировании, прямых иитерационных методах решения систем линейных алгебраических уравнений,численных методах решения задачи Коши для систем обыкновенных диффе-ренциальных уравнений, методах решения краевых задач для обыкновенныхдифференциальных уравнений, понятии о методе конечных элементов, чис-ленных методах решения гиперболических, параболических и эллиптическихуравнений, численных методах решения интегральных уравнений; в области естествознания и экологии: - об исторической взаимосвязи естествознания и математики; - о существующих концепциях происхождения и эволюции Вселенной; - о соотношении порядка и беспорядка в природе; - о динамических и статистических закономерностях в природе; - о вероятности как объективной характеристике процессов и явле-ний в природе; - о концепциях пространства и времени; - о принципах симметрии и законах сохранения; - о соотношениях эмпирического и теоретического в познании; - об индивидуальном и коллективном поведении объектов в природе; - 4 - - о биосфере и направлении ее эволюции; - о взаимодействии организма и среды, сообществах организмов,экосистемах; - об экологических принципах рационального природопользования; - о роли биологических законов в решении социальных проблем; - об основных этапах и современных достижениях развития вознания,фундаментальных константах естествознания; - об особенностях физических, химических и биологических методовисследований, моделировании в различных областях современной науки. 2.2.3.Требования по общепрофессиональным и специальным дисциплинам. Специалист должен свободно ориентироваться в основных разделахфундаментальных математических дисциплин, что включает: - в области математического анализа - множество действительныхчисел, функции одного и нескольких переменных (предел, непрерыв-ность, дифференциальное и интегральное исчисление, задачи на экстре-мум); функциональные последовательности и ряды, ряд Фурье, преобра-зование Фурье, кратные, криволинейные и поверхностные интегралы, ос-новные интегральные формулы векторного анализа; - в области алгебры - комплексные числа и многочлены, матричнуюалгебру и решение систем линейных уравнений, конечномерные линейныепространства, линейные операторы и функционалы, билинейные и квадра-тичные формы, метрические вещественные и комплексные линейные прост-ранства, классификацию гиперповерхностей второго порядка, группыпреобразований и классификацию движений, основные понятия тензорнойалгебры, основные структуры современной алгебры (группы, кольца, по-ля, линейные представления групп); - в области аналитической геометрии - векторы, линейную зависи-мость, скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, урав-нения прямой линии на плоскости, линии второго порядка, аффинные иизометрические преобразования плоскости и пространства, поверхностивторого порядка, плоские сечения, аффинную классификацию, моделипроективной плоскости, проективные преобразования, проективную клас-сификацию линий второго порядка; - в области линейной алгебры и геометрии - линейные прост-ранства и линейные отображения, собственные векторы, инвариантныеподпространства, Жорданова фарма линейного отображения; полилинейныефункции и тензоры, билинейные функции и квадратичные формы; евклидо-вы и унитарные пространства; симметрические, эрмитовы, ортогональныеи унитарные операторы; аффинные и евклидовы аффинные (точечные)пространства, выпуклые многогранники; аффинная и евклидова геомет-рия, классификация квадрик; проективные пространства и проективныеотображения, квадрики в проективном пространстве; - в области дискретной математики, математической логики и тео-рии алгоритмов - булевы функции и функции к-значной логики, графы,сети, контактные схемы и схемы из фундаментальных элементов, опти-мальные и самокорректирующиеся коды, автоматы, машины Тьюринга, ал-горитмически неразрешимые проблемы, исчисление высказываний, преди-каты, исчисление предикатов; - в области дифференциальных уравнений - понятие дифференциаль-ного уравнения, поля направлений, элементарные приемы интегрирова-ния, задачу Коши, теоремы существования и единственности, общую тео-рию линейные систем, системы с постоянными коэффициентами, устойчи-вость по Ляпунову, особые точки, уравнения с частными производнымипервого порядка; - в области дифференциальной геометрии и топологии - теорию - 5 -кривых на плоскости и в пространстве, поверхности, первую и вторуюквадратичные формы поверхности, топологические и метрические прост-ранства, гладкие многообразия, Риманову метрику,геометрию Лобачевс-кого, матричные группы, Риманову геометрию и тензорный анализ, ис-числение внешних дифференциальных форм, гомотопию, степень отображе-ния; - в области функционального анализа и интегральных уравнений -метрические и топологические пространства, меру и интеграл Лебега,Банаховы пространства и операторы, Гильбертовы пространства и спект-ральную теорию операторов, линейные топологические пространства иобобщенные функции, элементы линейного анализа (классические задачивариационного исчисления, уравнения Эйлера, условия Лежандра и Яко-би); - в области теории функций комплексного переменного - функциикомплексного переменного и отображение множеств, элементарные функ-ции, интеграл по комплексному переменному, интеграл Коши, последова-тельности и ряды аналитических функций в области, теорему единс-твенности и принцип максимума модуля, ряд Лорана, изолированные осо-бые точки однозначного характера, вычеты, принцип аргумента, отобра-жения посредством аналитических функций, аналитическое продолжение,гармонические функции на плоскости; - в области уравнений с частными производными - вывод уравненийматематической физики, постановку основных краевых задач, классифи-кацию уравнений, теорему Коши-Ковалевской, волновое уравнение, ос-новные задачи, приводящие к волновому уравнению и свойства решений,уравнение Лапласа, свойства решений и задачу Дирихле, уравнение теп-лопроводности, свойства его решений и задачу Коши, понятие коррект-рной задачи, понятие обобщенного решения; - в области теории вероятностей - понятие случайного события иего вероятности, основные теоремы о вероятности, аксиоматику Колмо-горова, схему Бернулли, понятие случайной величины и ее функциираспределения, распределение суммы, произведения и частного незави-симых случайных величин, закон больших чисел, центральную предельнуютеорему; - в области математической статистики - оценки вероятностных ха-рактеристик случайных явлений, оценки неизвестных параметров, несме-щенные оценки, оценки наибольшего правдоподобия, состоятельные оцен-ки, достаточные статистики, проверку статистических гипотез, крите-рий "хи-квадрат" корреляционные связи между случайными величинами,метод наименьших квадратов, асимптотическую нормальность оценок мак-симального правдоподобия; - в области теории случайных процессов - определение случайногопроцесса, конечномерные распределения, теорему Колмогорова о сущест-вовании процесса с заданным семейством конечномерных распределений(без доказательства), классы случайных процессов: марковские, стаци-онарные, точечные, гауссовский случайный процесс, пуассоновский про-цесс, стохастический интеграл, представление о спектральном разложе-нии стационарного процесса, цепи Маркова с непрерывным временем,прямое и обратное уравнения Колмогорова; - в области теоретической механики - кинематику точки, кинема-тику твердого тела, динамику свободной точки со связью, динамикусистем точек, динамику твердого тела, малые колебания, лагранжевумеханику, гамильтонову механику, вариационные принципы механики; - в области вариационного исчисления и методов оптимизации -классическое вариационное исчисление, уравнение Эйлера, условия вто-рого порядка - Лежандра, Якоби; оптимальное управление, принцип мак-симума Понтрягина, методы решения задач линейного программирования,симплекс-метод, градиентные методы, метод Ньютона, методы сопряжен-ных направлений; - 6 - - в области теории чисел - простейшие сведения о простых чис-лах, арифметические функции, оценки Чебышева числа простых чисел непревосходящих данного, цепные дроби, приближение действительных чи-сел рациональными числами, наилучшие приближения, теорема Лагранжа оразложении квадратичных иррациональностей в цепные дроби, числовыесравнения, квадратичные вычеты и невычеты, закон взаимности квадра-тичных вычетов, первообразные корни и индексы, арифметические прило-жения теории сравнений, понятие алгебраических и трансцендентных чи-сел; владеть: - основными понятиями и методами фундаментальных математическихдисциплин, уметь примененять их для решения типовых задач; уметь: - использовать математические модели реальных процессов и объ-ектов для нахождения эффективных решений прикладных задач широкогопрофиля; Требования по дисциплинам специализаций устанавливаются вузом(факультетом). 3. Обязательный минимум содержания образовательной программы по специальности 010100 - Математика.њњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњ Всего часов Индекс Наименование дисциплин на освоение и их основные разделы учебного материалањњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњ 1 2 3њњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњГСЭ.00 Цикл общих гуманитарных и социально- экономических дисциплин ї2 ї0 ї2 ї01800 Требования (Федеральный компонент) к обязательному минимуму содержания и уровню подготовки выпускника выс- шей школы по циклу "Общие гуманитарные и социально-эко- номические дисциплины" утверждены Госкомвузом России 18 августа 1993 года и опубликованы в Бюллетене Госкомвуза России N11 за 1993 год.ї2ЕН.00 Общие естественно-научные дисциплины: 1350ЕН.01 Компьютерные науки: 600 основные понятия: алгоритмы для ЭВМ, базовые конструкции для записи алгоритмов, циклы "для", "пока", "ес- ли-то-иначе", выбор, условный и безусловный переход; простейшие типы данных: целый, вещественный, символь- - 7 - ный,логический и их представление в ЭВМ, массивы данных, организация ввода и вывода, понятие о файловой системе, файлы последовательного доступа и прямого доступа, фор- матный и бесформатный ввод/вывод; простейшие алгоритмы обработки данных: вычисления по формулам, последователь- ный и бинарный поиск, сортировка,итерационные алгоритмы поиска корней уравнений, индуктивная обработка последо- вательностей данных, рекуррентные вычисления; структуры данных: вектор, матрица, запись (структура), стек, дек, очередь, последовательность, список, множество, бинарное дерево, реализация структур данных на базе линейной па- мяти ЭВМ, непрерывный и ссылочный способы реализации структур данных, реализация множества (битовая, непре- рывная, хеш-реализация), алгоритмы обработки коллизии в хеш-реализации; рекурсивные и итерационные алгоритмы об- работки данных, условия, обеспечивающие завершение пос- ледовательности рекурсивных вызовов, идеи реализации ре- курсивных вызовов в подпрограммах, инвариантная функция и инвариант цикла, взаимосвязь итерации и рекурсии, ин- дуктивное вычисление функции на последовательности дан- ных;структуры данных в прикладных программах: примеры использования и реализации различных структур (редактор текстов, стековый калькулятор), принципы построения фай- ловых систем, каталог, таблица размещения файлов, расп- ределение блоков файла по диску; компиляция и интерпре- тация: основные этапы компиляции, лексический, синтакси- ческий, семантический анализ выражения,формальная грам- матика, компилятор формулы, дерево синтаксического раз- бора; понятие об операционной системе: процесс, состоя- ние процесса,прерывание,планирование процессов, понятие о тупиках и способах их устранения;надежность программ- ного обеспечения: методы тестирования и отладки прог- рамм, переносимость программ, технология программирова- ния, принципы создания пакетов стандартных программ, принципы обеспечения дружественного интерфейса приклад- ных программ; понятие об архитектуре ЭВМ: процессор и система его команд, структура памяти ЭВМ и способы адре- сации, выполнение команды в процессоре, взаимодействие процессора памяти и периферийных устройств;вычислитель- ный практикум: реализация алгоритмов обработки данных, возникающих в задачах алгебры, математического анализа, математической статистики, задач обработки изображе- ний,задачах линейного программирования и пр.ЕН.02 Методы вычислений: 220 введение в численные методы; постановка задачи интерпо- ляции; интерполяционный многочлен Лагранжа; его сущест- вование и единственность; оценка погрешности интерполя- ционной формулы Лагранжа; понятие о количестве арифмети- ческих операций, как об одном из критериев оценки ка- чества алгоритма; разделенные разности; интерполяционный многочлен Лагранжа в форме Ньютона с разделенными раз- ностями; многочлены Чебышева, их свойства; минимизация остаточного члена погрешности интерполирования; тригоно- метрическая интерполяция; дискретное преобразование Фурье; наилучшее приближение в нормированном пространс- тве; существование элемента наилучшего приближения; Че- бышевский альтернанс, единственность многочлена наилуч- шего приближения в С; примеры; ортогональные многочлены; процесс ортогонализации Шмидта; запись многочлена в виде - 8 - разложения по ортогональным многочленам, ее преимущест- ва; рекуррентная формула для вычисления ортогональных многочленов; сплайны; экстремальные свойства сплайнов; построение кубического интерполяционного сплайна; прос- тейшие квадратурные формулы - прямоугольников, трапеций; квадратурные формулы Ньютона-Котеса; оценки погрешности этих квадратурных формул; квадратурные формулы Гаусса, их построение, положительность коэффициентов, сходи- мость; составные квадратурные формулы, оценки погрешнос- ти; интегрирование сильно осциллирующих функций; вычис- ление интегралов в нерегулярных случаях; численное диф- ференцирование, вычислительная погрешность формул чис- ленного дифференцирования; правило Рунге оценки погреш- ности; основные задачи линейной алгебры, метод Гаусса; метод простой итерации, теорема о достаточном условии сходимости, необходимое и достаточное условие сходимости; метод простой итерации для симметричных положительно оп- ределенных матриц, оптимизация параметра процесса; -про- цесс ускорения сходимости итераций; метод наискорейшего градиентного спуска; метод Зейделя; методы решения нели- нейных уравнений (метод бисекций, метод простой итерации и метод Ньютона); метод разложения в ряд Тейлора решения задачи Коши для ОДУ, метод Эйлера и его модификации, ме- тоды Рунге-Кутта; конечно-разностные методы, понятие об аппроксимации, исследование свойств конечно-разностных схем на модельных примерах; основные понятия теории раз- ностных схем - аппроксимация, устойчивость, сходимость; аппроксимация, устойчивость и сходимость для простейшей краевой задачи для ОДУ второго порядка; методы решения системы ЛАУ с трехдиагональной матрицей (метод стрельбы и метод прогонки); метод конечных элементов; простейшие разностные схемы для уравнения переноса, спектральный признак устойчивости, примеры; простейшие разностные схе- мы для уравнения теплопроводности с одной пространствен- ной переменной, явная и неявная схемы, схема с весами, устойчивость и аппроксимация схемы с весами, схема со вторым порядком аппроксимации; разностная схема для урав- нения Пуассона в прямоугольнике, ее корректность; методы решения сеточной задачи Дирихле для уравнения Пуассона (метод Гаусса, метод разложения в дискретный ряд Фурье, метод простой итерации); численные методы решения интег- ральных уравнений второго рода; метод регуляризации реше- ния интегральных уравнений первого рода.ЕН.03 Физика: 190 Физические основы механики: кинематика, динамика, стати- ка, законы сохранения, основы релятивистской механики; элементы гидродинамики; электричество и магнетизм; физи- ка колебаний и волн: гармонический и ангармонический ос- цилляторы, физический смысл спектрального разложе- ния,волновые процессы,основные акустические и оптические явления; квантовая физика: корпускулярно-волновой дуа- лизм, принцип неопределенности,квантовые состояния;ста- тистическая физика и термодинамика: три начала термоди- намики, фазовые равновесия и фазовые превращения, эле- менты неравновесной термодинамики,классическая и кванто- вые статистики.ЕН.04 Концепции современного естествознания (математические модели в естествознании и экология): 190 - 9 - естественно-научная и гуманитарные культуры; научный ме- тод; история естествознания и тенденции его развития; порядок и беспорядок в природе; структурные уровни орга- низации материи; пространство и время; принцип относи- тельности; принципы симметрии; принципы суперпозиции, неопределенности, дополнительности; основные характерис- тики химических процессов; особенности биологического уровня организации материи; принципы эволюции, воспроиз- водства и развития живых систем; многообразие живых ор- ганизмов как основа организации и устойчивости биосферы; генетика и эволюция; биоэтика, человек, биосфера и кос- мические циклы; принципы универсального эволюционизма; проблемы и методы современных естественных наук; методы математического моделирования в современном естествозна- нии и экологии.ЕН.05 Курсы естественно-научного цикла по выбору студента, устанавливаемые вузом (факультетом) 150ї2ОД.00 Общепрофессиональные и специальные дисциплины: 3770ОД.01 Математический анализ: 810 предмет математического анализа, сведения о множествах и логической символике, отображение и функции. Действи- тельные числа:алгебраические свойства множества R дейс- твительных чисел; аксиома полноты множества R; действия над действительными числами, принцип Архимеда; основные принципы полноты множества R: существование точной верх- ней (нижней) грани числового множества, принцип вложен- ных отрезков, дедекиндово сечение, лемма о конечном пок- рытии. Теория пределов: предел числовой последователь- ности; основные свойства и признаки существования преде- ла; предельные точки множества и теорема Больцано-Ве- йерштрасса о выделении сходящейся подпоследовательности; предел монотонной последовательности; число"е"; верхний и нижний пределы; критерий Коши существования предела; топология на R; предел функции в точке; свойства преде- лов; бесконечно малые и бесконечно большие функции и последовательности; предел отношения синуса бесконечно малого аргумента к аргументу; общая теория предела; пре- дел функции по базису фильтра (по базе); основные свойс- тва предела; критерий Коши существования предела; срав- нение поведения функций на базе; символы "о", "О", " "; итерационные последовательности; простейшая форма прин- ципа неподвижной точки для сжимающего отображения отрез- ка, итерационный метод решения функциональных уравнений. Непрерывные функции:локальные свойства непрерывных функ- ций; непрерывность функции от функции; точки разрыва; ограниченность функции, непрерывной на отрезке; сущест- вование наибольшего и наименьшего значений; прохождение через все промежуточные значения; равномерная непрерыв- ность функции, непрерывной на отрезке; монотонные функ- ции; существование и непрерывность обратной функции; не- рерывность элементарных функций. Дифференциалы и произ- водные: дифференцируемость функций в точке; производная в точке, дифференциал и их геометрическипй смысл; меха- нический смысл производной; правила дифференцирования; производные и дифференциалы высших порядков; формула Лейбница. Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения: теорема Ролля, теоремы Лагранжа и Коши о конечных приращениях; локальная формула Тейлора; - 10 - асимптотические разложения элементарных функций; формула Тейлора с остаточным членом; применение дифференциально- го исчисления к исследованию функций, признаки знакопос- тоянства, монотонность, экстремумы, выпуклость, точки перегиба, раскрытие неопределенностей; геометрические приложения. Неопределенный интеграл: первообразная функ- ция, неопределенный интеграл и его свойства; таблица формул интегрирования; замена переменной; интегрирование по частям; интегрирование рациональных функций; интегри- рование некоторых простейших иррациональных и трансцен- дентных функций. Определенный интеграл: задачи, приводя- щие к понятию определенного интеграла; определенный ин- теграл Римана; критерии интегрируемости; интегрируемость непрерывной функции, монотонной функции и ограниченной функции с конечным числом точек разрыва; свойства опре- деленного интеграла, теорема о среднем значении;диффе- ренцирование по переменному верхнему пределу;существова- ние первообразной от непрерывной функции; связь опреде- ленного интеграла с неопределенным: формула Ньюто- на-Лейбница; замена переменной; интегрирование по час- тям; длина дуги и другие геометрические, механические и физические приложения; функция ограниченной вариации;те- орема о представлении функции ограниченной вариации и основные свойства; интеграл Стилтьеса; признаки сущест- вования интеграла Стилтьеса и его вычисления. Функции многих переменных:Евклидово пространство n измерений;об- зор основных метрических и топологических характеристик точечных множеств евклидова пространства; функции многих переменных, пределы, непрерывность; свойства непрерывных функций; дифференциал и частные производные функции мно- гих переменных; производная по направлению; градиент; достаточное условие дифференцируемости;касательная плос- кость и нормаль к поверхности;дифференцирование сложных функций; частные производные высших порядков, свойства смешанных производных;дифференциалы высших порядков; формула Тейлора для функций нескольких независимых пере- менных; экстремум; отображения R в R , их дифференциро- вание, матрица производной; якобианы; теоремы о неявных функциях; замена переменных; зависимость функций; услов- ный экстремум; локальное обращение дифференцируемого отображения R в R и теорема о неявном отображении; прин- цип неподвижной точки сжимающего отображения полного метрического пространства. Числовые ряды: сходимость и сумма числового ряда; критерий Коши; знакопостоянные ря- ды; сравнение рядов; признаки сходимости Даламбера, Ко- ши; интегральный признак сходимости; признак Лейбница; абсолютная и условная сходимость; преобразование Абеля и его применение к рядам; перестановка членов абсолютно сходящегося ряда; теорема Римана; операции над рядами; двойные ряды; понятие о бесконечных произведениях. Функ- циональные последовательности и ряды: равномерная сходи- мость; признаки равномерной сходимости; теорема о пре- дельном переходе; теоремы о непрерывности, почленном ин- тегрировании и дифференцировании; степенные ряды, радиус сходимости, формула Коши-Адамара; равномерная сходимость и непрерывность суммы степенного ряда; почленное интег- рирование и дифференцирование степенных рядов; ряд Тей- лора; разложение элементарных функций в степенные ряды; оценка с помощью формулы Тейлора погрешности при замене - 11 - функции многочленом; ряды с комплексными членами; форму- лы Эйлера;применение рядов к приближенным вычислениям; теоремы Вейерштрасса о приближении непрерывных функций многочленами. Несобственные интегралы:интегралы с беско- нечными пределами и интегралы от неограниченных функций; признаки сходимости; интегралы, зависящие от параметра; непрерывность, дифференцирование и интегрирование по па- раметру; несобственные интегралы, зависящие от парамет- ра: равномерная сходимость, непрерывность, дифференциро- вание и интегрирование по параметру; применение к вычис- лению некоторых интегралов; функции, определяемые с по- мощью интегралов, бета- и гамма- функции Эйлера. Ряды Фурье: ортогональные системы функций; тригонометрическая система; ряд Фурье; равномерная сходимость ряда Фурье; признаки сходимости ряда Фурье в точке; принцип локали- зации; минимальное свойство частных сумм ряда Фурье; не- равенство Бесселя; достаточное условие разложимости функции в тригонометрический ряд Фурье; сходимость в среднем; равенство Парсеваля; интеграл Фурье и преобра- зование Фурье. Двойной интеграл и интегралы высшей крат- ности: двойной интеграл, его геометрическая интерпрета- ция и основные свойства; приведение двойного интеграла к повторному; замена переменных в двойном интеграле; поня- тие об аддитивных функциях области; площадь поверхности; механическое и физическое приложения двойных интегралов; интегралы высшей кратности; их определение, вычисление и простейшие свойства; несобственные кратные интегралы. Криволинейные интегралы и интегралы по поверхности: кри- волинейные интегралы; формула Грина; интегралы по по- верхности;формула Остроградского; элементарная формула Стокса; условия независимости криволинейного интеграла от формы пути. Элементы теории поля: скалярное поле; векторное поле; поток, расходимость, циркуляция, вихрь; векторная интерпретация формул Остроградского и Стокса; потенциальное поле; векторные линии и векторные трубки; соленоидальное поле; оператор "набла"; понятие о диффе- ренциальных формах и интегрирование их по цепям; абс- трактная теорема Стокса и получение из нее элементарной формулы Стокса и формулы Гаусса-Остроградского.ОД.02 Алгебра: 250 понятие группы, кольца и поля; поле комплексных чисел; кольцо многочленов; деление многочленов с остатком; тео- рема Безу; кратность корня многочлена, ее связь со зна- чениями производных; разложение многочленов на неприво- димые множители над полями комплексных и действительных чисел; формулы Виета; наибольший общий делитель многоч- ленов, его нахождение с помощью алгоритма Евклида; коль- цо многочленов от нескольких переменных; симметрические многочлены. Группа подстановок; четность подстановки; циклические группы; разложение группы на смежные классы по подгруппе; теорема Лагранжа. Системы линейных уравне- ний; свойства линейной зависимости; ранг матрицы; опре- делители, их свойства и применение к исследованию и ре- шению систем линейных уравнений; кольцо матриц и группа невырожденных матриц. Векторные пространства; базис и размерность; подпространства; сумма и пересечение подп- ространств; прямые суммы; билинейные и квадратичные фор- мы; приведение квадратичной формы к нормальному виду; закон инерции; положительно определенные квадратичные - 12 - формы; критерий Сильвестра; ортонормированные базисы и ортогональные дополнения; определители Грама и объем па- раллелепипеда. Линейные операторы;собственные векторы и собственные значения; достаточные условия приводимости матрицы линейного оператора к диагональному виду; поня- тие о жордановой нормальной форме; самосопряженные и ор- тогональные (унитарные) операторы; приведение квадратич- ной формы в евклидовом пространстве к каноническому ви- ду. Аффинные системы координат; линейные многообразия, их взаимное расположение; квадрики (гиперповерхности второго порядка); их аффинная и метрическая классифика- ция и геометрические свойства; примеры групп преобразо- ваний: классические линейные группы, группа движений и группа аффинных преобразований, группы симметрии пра- вильных многоугольников и многогранников в трехмерном пространстве; классификация движений плоскости и трех- мерного пространства.ОД.03 Аналитическая геометрия: 210 векторы: векторы, их сложение и умножение на число; ли- нейная зависимость векторов и ее геометрический смысл; базисы и координаты; скалярное произведение векторов; переход от одного базиса к другому; ориентация; ориенти- рованный объем параллелепипеда; векторное и смешанное произведения векторов. Прямая линия и плоскость: системы координат; переход от одной системы координат к другой; уравнение прямой линии на плоскости и плоскости в прост- ранстве; взаимное расположение прямых на плоскости и плоскостей в пространстве; прямая в пространстве. Линии второго порядка: квадратичные функции на плоскости и их матрицы; ортогональные матрицы и преобразования прямоу- гольных координат; ортогональные инварианты квадратичных функций; приведение уравнения линий второго порядка к каноническому виду; директориальное свойство эллипса, гиперболы и параболы; пересечение линий второго порядка с прямой; центры линий второго порядка; асимптоты и соп- ряженные диаметры; главные направления и главные диамет- ры; оси симметрии. Аффинные преобразования: определение и свойства аффинных преобразований; аффинная классифика- ция линий второго порядка; определение и свойства изо- метрических преобразований; классификация движений плос- кости. Поверхности второго порядка: теорема о каноничес- ких уравнениях поверхностей второго порядка (без доказа- тельства); эллипсоиды; гиперболоиды; параболоиды; ци- линдры; конические сечения; прямолинейные образующие; аффинная классификация поверхностей второго порядка. Проективная плоскость: пополненная плоскость и связка; однородные координаты; линии второго порядка в однород- ных координатах; проективные системы координат; проек- тивные преобразования; проективная классификация линий второго порядка.ОД.04 Линейная алгебра и геометрия: 210 векторные пространства: линейная зависимость векторов; размерность и базис векторного пространства; координаты вектора в заданном базисе; изоморфность векторных прост- ранств одинаковой конечной размерности; подпространства векторного пространства; линейная оболочка и ранг систем векторов; пересечение и сумма подпространств; прямая сумма; линейные функции; сопряженное пространство; ду- альный базис; линейные отображения векторных прост- - 13 - ранств, их задание матрицами: ядро и образ линейного отображения; условие существования обратного отображе- ния; линейные операторы; действия над ними; матрицы опе- ратора в различных базисах; инвариантные подпрост- ранства; собственные векторы и собственные значение; ха- рактеристический многочлен линейного оператора; теорема Гамильтона-Кэли; Жорданова клетка: корневые прост- ранства; разложение в прямую сумму; теорема о жордановой нормальной форме метрицы линейного оператора в комп- лексном и в вещественном пространстве; единственность жоржановой нормальной формы; необходимое и достаточное условие диагонализируемости матрицы; полилинейные функ- ции на векторном пространстве: общее понятие о тензорах; координаты тензора; переход от одной системы координат к другой; задание тензоров типа /2,0/ (билинейных функций) матрицей; квадратичные и эрмитовы формы; приведение сим- метрических билинейных форм к каноническому виду; закон инерции; положительные определенные формы; критерий Сильвестра; свертка тензора: симметрические и кососим- метрические тензоры; операция симметрирования и альтер- нирования; внешнее умножение; внешняя алгебра; связь с определителями; ориентация конечномерного векторного пространства; Евклидовы и унитарные векторные прост- ранства: длина вектора и угол между векторами; нера- венство Коши-Буняковского; ортонормированные базисы; процесс ортогонализации; ортогональные и унитарные мат- рицы; примеры; изоморфность унитарных пространств одина- ковой размерности; соответствие между билинейными форма- ми и линейными операторами: линейный оператор, сопряжен- ный к данному; симметрические и эрмитовы линейные опера- торы; их спектр; существование собственного ортонормиро- ванного базиса; приведение квадратичной (эрмитовой) фор- мы к главным осям; ортогональные и унитарные линейные операторы; канонический базис для них; аффинные и евкли- довы аффинные (точечные) пространства: системы коорди- нат; плоскости в аффинном пространстве; их задание системами линейных уравнений; расстояние между точками евклидова пространства; расстояние от точки до плоскости; объем в евклидовом пространстве; объем парал- лелепипеда и определитель Грама; аффинные отображения, их запись в координатах: разложение аффинного преобразо- вания в произведение сдвига и преобразования, оставляю- щего на месте точку; геометрический смысл определителя аффинного преобразования; движения евклидова прост- ранства; классификация движений трехмерного прост- ранства; группа невырожденных аффинных преобразований и группа движений; теоретико-групповая точка зрения на ге- ометрию; аффинная и евклидова геометрия; квадрики (ги- перповерхности второго порядка) в аффинном пространстве: классификация квадрик в аффинной и евклидовой геометри- ях; невырожденные центральные квадрики; линейные уравне- ния, определяющие центр; канонические и цилиндрические квадрики; асимптотические направления; геометрические свойства главных осей эллипсоида; проективное прост- ранство произвольной размерности, различные модели: од- нородные координаты; аффинные карты проективного прост- ранства; проективные преобразования и проективная груп- па; квадрики в проективном пространстве, их классифика- ция. - 14 -ОД.05 Дискретная математика: 80 комбинаторика и графы: выборки, перестановки, сочетания, перестановки с повторениями; биномиальные коэффициенты, их свойства; биномиальная теорема; полиномиальная теоре- ма; формула включения и исключения; производящие функции и рекуррентные соотношения; графы; основные понятия; способы представления графов, оценка числа неизоморфных графов с q ребрами; Эйлеровы циклы; теорема Эйлера; ук- ладки графов; укладка графов в трехмерном пространстве; планарность; формула Эйлера для плоских графов; деревья и их свойства; оценка числа неизоморфных корневых де- ревьев с q ребрами; теорема Кюли о числе деревьев на ну- мерованных вершинах; потоки в сетях; теорема Форда-Фал- керсона о максимальном потоке и минимаотном разрезе; ал- горитм нахождения максимального потока; теорема о цело- численности; задача о назначениях; паросочетания; теоре- ма Холла о паросочетаниях в двудольном разрезе; дискрет- ные экстремальные задачи, алгоритм Краскаля нахождения минимального основного дерева; метод ветвей и границ. Булевы функции: булевы функции; табличный способ зада- ния; существенные и несущественные переменные; формулы; эквивалентность формул; элементарные функции и их свойс- тва; разложение функций по переменной; совершенная дизъ- юнктивная нормальная форма; полные системы функций; по- линомы Жегалкина; представление булевых функций полино- мами; замыкание; свойства операции замыкания; замкнутые классы; классы Т и Т ; линейные функции; лемма о нели- нейной функции; самодвойственные функции; принцип двойс- твенности; лемма о несамодвойственной функции; монотон- ные функции; лемма о немонотонной функции; теорема о не- полноте систем функций алгебры логики; предполные клас- сы; базисы; примеры базисов; дизъюнктивные нормальные формы (ДНФ); тупиковая, минимальная и сокращенная ДНФ; геометрическая интерпретация; алгоритм нахождения всех минимальных ДНФ; свойство сокращенной ДНФ для монотонных булевых функций; методы построения сокращенной ДНФ; гра- диентный алгоритм; локальные алгоритмы. Функции к-знач- ной логики; элементарные функции; полнота систем функ- ций; алгоритм распознавания полноты конечных систем функций в Р ; представление функций из Р полиномами; особенности функций к-значной логики; пример замкнутого класса в Р , не имеющего базиса; пример замкнутого клас- са в Р , имеющего счетный базис; пример континуального семейства замкнутых классов в Р ; теорема Кузнецова о функциональной полноте в Р ; существенные функции; тео- рема Слупецкого. Теория кодирования: побуквенное кодиро- вание; разделимые коды; префиксные коды; критерий одноз- начности декодирования; неравенство Крафта-Макмиллана для разделимых кодов; условие существования разделимого кода с заданными длинами кодовых слов; оптималные коды; методы построения оптимальных кодов; метод Хафмана; са- мокорректирующиеся коды; коды Хэмминга, исправляющие единичную ошибку; линейные коды и их простейшие свойс- тва; коды Боуза-Чоудхури. Синтез и сложность управляющих систем: схемы из функциональных элементов; сложность схем; синтез схем из функциональных элементов для инди- видуальных функций; схемы сложения и умножения n-разряд- ных чисел; простейшие универсальные методы синтеза; ме- тод Шеннона; мощностной метод получения низких оценок - 15 - сложности; функция L (n); порядок роста функции L (n); асимптотически наилучший метод синтеза схем из функцио- нальных элементов в базисе {v ,&,-}; асимптотика функции L (n); контактные схемы; простейшие методы синтеза; кон- тактное дерево; универсальный многополюсник; метод Шен- нона для контактных схем; функция L (n); порядок роста функции L (n); метод каскадов; нижняя оценка сложности линейной функции в классе контактных схем (метод Кардо). Ограниченно-детерминированные функции:детерминированные функции; задание детерминированных функций при помощи деревьев; вес функций; ограниченно-детерминированные функции (ОДФ); задание ОДФ диаграммами переходов и кано- ническими уравнениями; конечные автоматы; автоматные фукции; состояние автомата; эквивалентность состояний; теорема об эквивалентности состояний конечного автомата; эквивалентность автоматов; построение автомата, эквива- лентного данному, с минимальным числом состояний; преоб- разование автоматными функциями периодических последова- тельностей; операция суперпозиции; отсутствие полных от- носительно операций суперпозиции конечных систем авто- матных функций; схемы из логических элементов и элемен- тов задержки; реализация автоматных функций; события; операции над событиями; регулярные события и их предста- вимость в автоматах; теорема Клини; регулярные выраже- ния; представимость событий регулярными выражениями; пример нерегулярного события.ОД.06.Математическая логика и теория алгоритмов: 80 Логические исчисления, модели: исчисление высказываний; аксиомы; правило вывода; производные правила вывода; тождественная истинность выводимых формул; непротиворе- чивость исчисления высказываний; теорема о полноте ис- числения высказываний; предикаты; логические операции над предикатами и их теоретико-множественный смысл; кванторы; геометрический смысл квантора существования; модели; формулы; свободные и связанные переменные; ис- тинность формул в модели, на множестве; общезначимые формулы; эквивалентные формулы логики предикатов; прави- ла преобразований формул в эквивалентные; нормальная форма; исчисление предикатов; аксиомы; правила вывода; производные правила вывода; тождественная истинность вы- водимых формул; непротиворечивость исчисления предика- тов; теорема о полноте для случая одноместных предика- тов. Вычислимые функции: машины Тьюринга; вычислимые функции; тезис Черча; примеры вычислимых функций; рекур- сивные, рекурсивно перечислимые множества и их алгорит- мическая характеристика; теорема Поста; примеры алгорит- мически неразрешимых проблем; неразрешимость проблем са- моприменимости, применимости; теорема Поста-Маркова о существовании ассоциативного исчисления с алгоритмически неразрешимой проблемой равенства; теорема о неразреши- мости проблемы распознавания тождественно истинных фор- мул исчисления предикатов; операции суперпозиции и при- митивной рекурсии; примитивно-рекурсивные функции; опе- рация минимизации; частично-рекурсивные функции; вычис- лимость частично-рекурсивных функций; частичная рекур- сивность вычислимых функций; формула Клини.ОД.07 Дифференциальные уравнения: 220 понятие дифференциального уравнения; поле направлений, решения; интегральные кривые, векторное поле; фазовые - 16 - кривые. Элементарные приемы интегрирования: уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, урав- нения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель, линейное уравнение, уравнение Бернулли, метод введения параметра, уравнения Лагранжа и Клеро. Задача Коши: тео- рема существования и единственности решения задачи Коши (для системы уравнений, для уравнения любого порядка). Продолжение решений; линейные системы и линейные уравне- ния любого порядка; интервал существования решения ли- нейной системы (уравнения). Линейная зависимость функций и определитель Вронского; формула Лиувилля-Остроградско- го; фундаментальные системы и общее решение линейной од- нородной системы (уравнения); неоднородные линейные сис- темы (уравнения); Метод вариации постоянных; решение од- нородных линейных систем и уравнений с постоянными коэф- фициентами. Решение неоднородных линейных уравнений с посттоянными коэффициентами и неоднородностями специаль- ного вида (квазимногочлен). Непрерывная зависимость реше- ния от параметра; дифференцируемость решения по парамет- ру; линеаризация уравнения в вариациях; устойчивость по Ляпунову; теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению и ее применение; фазовые траектории двумерной линейной системы с постоянными коэффициентами; особые точки, седло, узел, фокус, центр. Первые интегралы; урав- нения с частными производными первого порядка; связь ха- рактеристик с решениями; задача Коши; теорема существова- ния и единственности решения задачи Коши (в случае двух независимых переменных).ОД.08.Дифференциальная геометрия: 54 геометрические объекты: кривые - способы задания, кри- визна плоских кривых, пространственные кривые, репер Френе, кривизна и кручение пространственных кривых, фор- мулы Френе, натуральное уравнение кривой, эволюта и эвольвента; поверхности - способы задания поверхностей, координаты на поверхности, касательная плоскость, первая квадратичная форма поверности, площадь поверхности, кри- визна кривых на поверхности, вторая квадратичная форма и ее свойства, инварианты пары квадратичных форм, средняя и гауссова кривизна поверхности, деривационные формулы, символы Кристоффеля поверхности, геодезическая кривизна, геодезические и их свойства; многомерные геометрические объекты - проективное пространство, аффинная карта про- ективного пространства, модели проективных пространств малой размерности, метричные группы.ОД.09.Топология: 54 Гладкие многообразия - общие сведения из общей тополо- гии: топологическое пространство, метрическое пространс- тво, непрерывное отображение, гомеоморфизы, компакт- ность, связность, определение гладкого многообразия, отображений многообразий, примеры многообразий: гладкие поверхности, матричные группы, проективное пространство; многообразие с краем, Риманова метрика, касательный век- тор, касательное пространство к многообразию, векторные поля на многообразии. Тензорный анализ на многообразиях: тензоры на римановом многообразии - общее определение тензора, алгебраические операции над тензорами, поднятие и опускание индексов, оператор Ходиса, кососимметричес- кие тензоры, дифференциальные формы, внешнее произведе- ние дифференциальных форм, внешняя алгебра, поведение - 17 - тензоров при отображениях, дифференциал отображения, отображение касательных пространств; связность и ковари- антное дифференцирование - ковариантная производная тен- зоров, параллельный перенос векторных полей, геодезичес- кие; связности, согласованные с метрикой; тензор кривиз- ны, симметрии тензора кривизны; тензор кривизны, порож- денный метрикой;тензоры кривизны двух- и трехмерных мно- гообразий; дифференциальные формы и теория интегрирова- ния - разбиение единицы на многообразии, интеграл диффе- ренциальной формы, примеры: криволинейные и поверхност- ные интегралы второго рода; общая формула Стокса, приме- ры: формулы Грина, Стокса и Остроградского-Гаусса. Эле- менты топологии многообразий: гомотопия - определение гомотопии, аппрксимация отображений и гомотопий гладки- ми, относительная гомотопия; степень отображения - опре- деление степени, гомотопическая классификация отображе- ний многообразия в сферу, степень и интеграл, степень векторного поля на поверхности, теорема Гаусса-Бонне, индекс особой точки векторного поля, теорема Пуанка- ре-Бендиксона.ОД.10 Функциональный анализ и интегральные уравнения: 220 введение: возникновение функционального анализа как са- мостоятельного раздела математики; современное развитие функционального анализа и его связь с другими областями математики. Метрические и топологические пространства: множества, алгебра множеств; счетные множества и мно- жества мощности континуума; метрические пространства; открытые и замкнутые множества; компактные множества в метрических пространствах; критерий Хаусдорфа; полнота и пополнение; теорема о стягивающих щарах; принцип сжимаю- щих отображений; топологические пространства; примеры. Мера и интеграл Лебега: построение меры Лебега на пря- мой; общее понятие -аддитивной меры; лебеговское продол- жение меры; измеримые функции их свойства; определение интеграла Лебега; класс суммируемых функций; предельный переход под знаком интеграла; связь интеграла Лебега с интегралом Римана; интеграл Стильтьеса; теорема Радо- на-Никодима; прямое произведение мер и теорема Фубини; пространства L , p 1; неравенства Гельдера и Минковско- го. Банаховы пространства: определение линейного норми- рованного пространства; примеры норм; банаховы прост- ранства; сопряженное пространство, его полнота; теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала; общий вид линейных функционалов в некоторых банаховых прост- ранствах; линейнї2ыї0е операторы; норма оператора; сопряжен- ный оператор; принцип равномерной ограниченности; обрат- ный оператор; спектр и резольвента; теорема Банаха об обратном операторе; компактные операторы; компактность интегральных операторов; понятие об индексе; теорема Фредгольма; примеры использования теремы Фредгольма (за- дача Штурма-Лиувилля, теория потенциала, индекс диффе- ренциального оператора). Гильбертовы пространства: ска- лярное произведение; неравенство Коши-Буняковского-Швар- ца; ортогональные системы; неравенство Бесселя; базисы и гильбертова размерность; теорема об изоморфизме; ортого- нальное дополнение; общий вид линейного функционала; са- мосопряженные (эрмитовы) и унитарные операторы; ортопро- екторы; спектр эрмитова и унитарного оператора; теорема Гильберта о компактных эрмитовых операторах; функцио- - 18 - нальное исчисление; приведение оператора к виду умноже- ния на функцию; спектральная теорема; неограниченные са- мосопряженные операторы; примеры. Линейные топологичес- кие пространства и обобщенные функции: полинормированные пространства; функционал Минковского; нормируемость и метризуемость; топологии в сопряженном пространстве; слабая компактность шара в сопряженном пространстве; Ос- новные пространства гладких функций; пространства обоб- щенных функций; операции над обобщенными функциями: ум- ножение на гладкую функцию, дифференцирование, замена переменных, преобразование Фурье. Элементы линейного анализа: слабый и сильный дифференциал нелинейного функ- ционала; экстремум функционала; классические задачи ва- риационного исчисления; уравнение Эйлера; вторая вариа- ция; условия условия Лежандра и Якоби.ОД.11 Теория функций комплексного переменного: 165 комплексные числа: комплексные числа, комплексная плос- кость; модуль и аргумент комплексного числа, их свойства; числовые последовательности и их пределы, ряды; стереог- рафическая проекция, ее свойства; сфера Римана, расширен- ная комплексная плоскость; множества на плоскости, облас- ти и кривые. Функции комплексного переменного и отображе- ния множеств: функции комплексного переменного; предел функции; непрерывность, модуль непрерывности; дифференци- руемость по комплексному переменному, условие Коши-Рима- на; аналитическая функция; геометрический смысл аргумента и модуля производной; понятие о конформном отображении. Элементарные функции: целая линейная и дробно-линейная функции, их свойства, общий вид дробно-линейного отобра- жения круга на себя и верхней полуплоскости на круг; экс- понента и логарифм, степень с произвольным показателем; понятие о римановой поверхности на примерах логарифмичес- кой и общей степенной функций; функция Жуковского; триго- нометрические и гиперболические функции. Интеграл по комплексному переменному, его простейшие свойства, связь с криволинейными интегралами 1-го и 2-го рода; сведение к интегралу по действительному переменному; первообразная функция, формула Ньютона-Лейбница; переход к пределу под знаком интеграла; интегральная теорема Коши. Интеграл Ко- ши: интегральная формула Коши; бесконечная дифференцируе- мость аналитических функций, формулы Коши для производ- ных; теорема Мореры. Последовательности и ряды аналити- ческих функций в области: теорема Вейерштрасса; степенные ряды; теорема Абеля, формула Кошиї2-ї0Адамара; разложение ана- литической функции в степенной ряд, единственность разло- жения; неравенство Коши для коэффициентов степенного ря- да; действия со степенными рядами. Теорема единственности и принцип максимума модуля: нули аналитической функции, порядок нуля; теорема единственности для аналитических функций; принцип максимума модуля и лемма Шварца. Ряд Ло- рана: ряд Лорана, область его сходимости; разложение ана- литической функции в ряд Лорана, единственность разложе- ния, формулы и неравенства Коши для коэффициентов; теоре- ма Лиувилля и теорема об устранимой особой точке. Изоли- рованные особвн точки однозначного характера: классифика- ция изолированных особых точек однозначного характера по поведению функции и ряду Лорана; полюс, порядок полюса; существенно особая точка, теорема Сохоцкого-Вейерштрасса, понятие о теореме Пикара; бесконечно удаленная точка как - 19 - особая. Вычеты, принцип аргумента: определение вычета, теоремы Коши о вычетах, вычисления вычетов; применения вычетов; логарифмический вычет, принцип аргумента; теоре- ма Руше и теорема Гурвица. Отображения посредством анали- тических функций: принцип открытости и принцип области; теорема о локальном обращении; однолистные функции, кри- терий локальности однолистности и критерий конформности в точке, достаточное условие однолистности (обратный прин- цип соответствия границ); дробно-линейность однолистных конформных отображений круговых областей друг на друга; теорема Римана (без доказательства) и понятие о соответс- твии границ при конформном отображении. Аналитическое продолжение: аналитическое продолжение по цепи и по кри- вой; полная аналитическая функция в смысле Вейерштрасса, ее риманова поверхность и особые точки; теорема о монод- ромии; аналитическое продолжение через границу области, принцип симметрии. Целые и мероморфные функции: целые функции, их порядок и тип; произведение Вейерштрасса; ме- роморфные функции; функции, мероморфные в расширенной плоскости. Гармонические функции на плоскости: гармони- ческие функции, их связь с аналитическими функциями; бес- конечная дифференцируемость гармонических функций; анали- тичность комплексно сопряженного градиента; теорема о среднем, теорема единственности и принцип максимума-мини- мума; инвариантность гармоничности при голоморфной замене переменных; теорема Лиувилля и теорема Харнака об устра- нимой особой точке; интегралы Пуассона и Шварца; разложе- ние гармонических функций в ряды, связь с тригонометри- ческими рядами; задача Дирихле, применение конформных отображений для ее решения; гидромеханическое истолкова- ние гармонических и аналитических функций.ОД.12 Уравнения с частными производными: 220 вывод уравнений колебаний струны, тенлопроводности, Лап- ласа; постановка краевых задач, их физическая интерпре- тация; теорема Коши-Ковалевской; понятия характеристи- ческого направления, характериатики; приведение к кано- ническому виду и классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка; волновое уравне- ние; энергетические неравенства; единственность решения задачи Коши и смешанной задачи; вывод формул Кирхгоффа и Пуассона, исследование этих формул; метод Фурье для уравнения колебаний струны, общая схема метода Фурье; уравнения Лапласа и Пуассона; формулы Грина; фундамен- тальное решение оператора Лапласа; потенциалы; свойства гармонических функций; единственность решений основных краевых задач для уравнения Лапласа; функция Грина зада- чи Дирихле; решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре; единственность решения внешней задачи Дирихле; обобщенные решения краевых задач; уравнение теплопровод- ности; принцип максимума в ограниченной области и единс- твенность решения задачи Коши; построение решения задачи Коши для уравнения теплопроводности; понятие корректной краевой задачи; примеры корректных и некорректных крае- вых задач.ОД.13 Теория вероятностей: 110 вероятность: пространство исходов; операции над события- ми;алгебра и -алгебра событий; измеримое пространство; -алгебра борелевских множеств в ; аксиоматика А.Н. Колмогорова; свойства вероятности; вероятностное прост- - 20 - ранство как математическая модель случайного эксперимен- та; теорема об эквивалентности аксиом аддитивности и непрерывности вероятности; дискретное вероятностное пространство; классическое определение вероятности; функция распределения вероятностной меры, ее свойства; теорема о продолжении меры с алгебры интервалов в Р на -алгебру борелевских множеств; взаимнооднозначное соот- ветствие между вероятностными мерами и функциями распре- деления; непрерывные и дискретные распределения; примеры вероятностных пространств. Случайные величины и векторы: функции распределения случайных величин и векторов; функции от случайных величин; дискретные и непрерывные распределения; -алгебры, порожденные случайными величи- нами. Условная вероятность: формула полной вероятности; независимость событий; задача о разорении игрока; прямое произведение вероятностных пространств; схема Бернулли; предельные теоремы для схемы Бернулли. Математическое ожидание: интеграл Лебега; математическое ожидание сле- чайной величины; дисперсия; теоремы о математическом ожидании и дисперсии; вычисление математического ожида- ния и дисперсии для некоторых распределений; ковариация, коэффициент корреляции; неравенство Чебышева; закон больших чисел. Предельные теоремы: характеристическая функция; многомерное нормальное распределение; виды схо- димости: по вероятности, с вероятностью 1, по распреде- лению; прямая и обратная теоремы для характеристических функций; центральная предельная теорема; формула обраще- ния для характеристических функций; неравенство Колмого- рова; усиленный закон больших чисел.ОД.14 Математическая статистика: 110 статистические модели и основные задачи статистического анализа, примеры; экспоненциальные семейства; статисти- ческое оценивание, методы оценивания; неравенство инфор- мации; достаточные статистики; условное распределение, условное математическое ожидание; улучшение несмещенной оценки посредством усреднения по достаточной статистике; полные достаточные статистики; наилучшие несмещенные оценки; теорема факторизации; линейная регрессия с гаус- совыми ошибками; факторные модели; общие линейные моде- ли; достаточные статистики в линейных моделях; метод на- именьших квадратов; свойства оценок наименьших квадра- тов, ортогональные планы; анализ одной нормальной выбор- ки, доверительные интервалы; проверка статистических ги- потез, основные понятия; лемма Нейманаї2-ї0Пирсона; равно- мерно наиболее мощные критерии, примеры; проверка линей- ных гипотез в линейных моделях; критерий К.Пирсона "хи-квадрат"; оценки наибольшего правдоподобия, состоя- тельность; понятие асимптотической нормальности случай- ной последовательности; асимптотическая нормальность оценок максимального правдоподобия; примеры преобразова- ний, стабилизирующих экспертные оценки.ОД.15 Теория случайных процессов: 54 определение случайного процесса; конечномерные распреде- ления; траектории; теорема Колмогорова о существовании процесса с заданным семейством конечномерных распределе- ний (без доказательства). Классы случайных процессов: гауссовские, марковские, стационарные, точечные, с неза- висимыми приращениями; примеры; соотношения между клас- сами. Свойства многомерных гауссовских процессов; су- - 21 - ществование гауссового процесса с заданными средним и корреляционной матрицей; свойства симметрии и согласо- ванности. Винеровский процесс; критерий Колмогорова неп- рерывности траектории; следствие для гауссовских процес- сов. Пуассоновский процесс; построение пуассоновского процесса по последовательности независимых показательных распределений; определение Хинчина пуассоновского про- цесса. Среднеквадратическая теория: необходимые и доста- точные условия непрерывности, дифференцируемости и ин- тегрируемости; стохастический интеграл; процессы с орто- гональными приращениями. Пример стационарного, гауссовс- кого, марковского процесса; примеры стационарных в широ- ком смысле процессов. Цепи Маркова с непрерывным време- нем; уравнение Колмогорова-Чепмэна; прямые и обратные дифференциальные уравнения Колмогорова; время пребывания процесса в данном состоянии. Процессы гибели и размноже- ния; связь с теорией массового обслуживания; применение к расчету пропускной способности технических систем.ОД.16 Теоретичесая механика: 190 кинематика: траектория, закон движения, скорость точки, ускорение точки,теорема о сложении скоростей,угловая скорость твердого тела, сложение движений твердого тела (поступательного и вращательного), пара вращений, теоре- ма Эйлера о поле скоростей движущегося твердого тела, поле скоростей и ускорений тела с одной неподвижной точ- кой, теорема Кориолиса; динамика точки: законы Ньютона, уравнения движения материальной точки в декартовых и ес- тественных осях, теоремы динамики точки, первые интегра- лы уравнений движения, движение под действием централь- ной силы,законы Кеплера, движение по поверхности и кри- вой (точка со связью),реакции связей, теорема об измене- нии энергии для несвободной точки, относительное движе- ние и относительное равновесие точки со связью, вес тела на Земле; динамика систем точек: связи и их классифика- ция, обобщенные координаты и обобщенные силы, принцип виртуальных перемещений для неосвобождающих связей, принцип Даламбера-Лагранжа для систем с идеальными свя- зями, силы внутренние и внешние, теоремы динамики сис- тем, формулы Кенига, первые интегралы уравнений движения и законы сохранения; аналитическая механика:уравнения Лагранжа второго рода, циклические и позиционные коорди- наты, уравнения Рауса для систем с циклическими коорди- натами, канонические уравнения Гамильтона, принципы Га- мильтона и Якоби.ОД.17 Вариационное исчисление и методы оптимизации: 110 элементы дифференциального исчисления и выпуклого анали- за; гладкие задачи с равенствами и неравенствами; прави- ло множителей Лагранжа; задачи линейного программирова- ния и проблемы экономики; теорема двойственности; клас- сическое вариационное исчисление; уравнение Эйлера; ус- ловия второго порядка Лежандра и Якоби; задачи коасси- ческого вариационного исчисления с ограничениями; необ- ходимые условия в изопериметрической задаче и задаче со старшими производными; классическое вариационное исчис- ление и естествознание; оптимальное управление; принцип максимума Понтрягина; оптимальное управление и задачи техники; методы решения задач линейного программирова- ния; симплекс-метод; методы решения задач без ограниче- ния; градиентные методы; метод Ньютона; методы сопряжен- - 22 - ных направлений; численные методы решения задач вариаци- онного исчисления и оптимального управления.ОД.18 Теория чисел: 110 предмет курса;краткий исторический обзор развития теории чисел;основные направления исследований и основные мето- ды; влияние теории чисел на развитие других разделов ма- тематики; применения теоретико-числовых результатов в математике и ее приложениях; роль русских и советских математиков в развитии теории чисел; простые числа: свойства делимости целых чисел; простые числа; решето Эратосфена; теорема Евклида о бесконечности множества простых чисел; основная теорема арифметики о разложении целых чисел на простые сомножители; наибольший общий де- литель и наименьшее общее кратное; некоторые частные случаи теоремы Дирихле о бесконечности множества простых чисел в арифметической прогрессии; арифметические функ- ции: целая и дробная часть числа; разложение числа n! на простые множители; суммы, распространенные на делители числа; мультипликативные функции; функция Эйлера и ее свойства; сумма делителей и число делителей; оценки Че- бышева для функции числа простых чисел, не превосходящих x; цепные дроби: конечные цепные дроби; подходящие дроби и их свойства; нахождение наибольшего общего делителя двух чисел с помощью цепных дробей; бесконечные цепные дроби; разложение действительных чисел в цепные дроби; приближение действительных чисел рациональными числами; подходящие дроби как наилучшие приближения; признак ир- рациональности числа; иррациональность числа "e"; теоре- ма Лагранжа о разложении квадратичных иррациональностей в цепные дроби; числовые сравнения: сравнения и их основные свойства; вычеты и классы вычетов по модулю m; кольца классов вычетов; полная система вычетов; приве- денная система вычетов; теорема Эйлера и Ферма; сравне- ния первой степени: сравнения с одним неизвестным; рав- носильные сравнения; решения сравнения; сравнения первой степени; теорема о существовании решений; простейшие приемы решений; решение сравнений с помощью цепных дро- бей; системы сравнений; их решения; теоремы о решении систем сравнений первой степени; сравнения n-ой степени: сравнения n-ой степени по простому модулю; теоремы о равносильности сравнений; теорема о числе решений срав- нения; теорема Вильсона; сравнения n-ой степени по составному модулю; сведение сравнения по составному мо- дулю к системе сравнений по простому модулю; сравнения второй степени: сведение сравнения второй степени к двучленному сравнению; двучленные сравнения по простому модулю; квадратичные вычеты и невычеты; число решений сравнения; критерий Эйлера для квадратичных вычетов и невычетов; символ Лежандра и его свойства; закон взаим- ности квадратичных вычетов; сравнения второй степени по составному модулю; первообразные корни и индексы: пока- затель числа по модулю m; свойства показателей; теорема о существовании первообразного корня по простому модулю; первообразные корни по модулям p и 2p ; теорема об отыскании первообразных корней; индексы по модулям p и 2p ; таблицы индексов; двучленные сравнения n-ой степе- ни; существование решений; степенные вычеты и невычеты n-ой степени; число степенных вычетов; критерий для отыскания степенных вычетов; решение двучленных сравне- - 23 - ний с помощью вычетов; решение показательных сравнений; условие принадлежности числа показателю и, в частности, к классу первообразных корней; число классов принадлежа- щих показателю ; число классов первообразных корней; арифметические приложения теории сравнений: отыскание остатков от деления некоторого числа на заданное число; установление признаков делимости чисел; понятие об ал- гебраических и трансцендентных числах: алгебраические и трансцендентные числа; теорема Лиувилля и приближении алгебраических чисел рациональными числами; существова- ние трансцендентных чисел.ОД.19 Курсы по выбору студента, устанавливаемые вузом (факуль- тетом): 513ї2СД.00 Дисциплины специализации, устанавливаемых ї2вузом (факультетом): 1000ї2Ф.00 Факультативные дисциплины 450Ф.01 Военная подготовка 450 ------------- Всего: 8370 часовП.00. Практики: 16 недельИ.00 Итоговая государственная аттестация:И.01 Квалификационная работа 12 недель Настоящая структура составлена исходя из следующих данных: Теоретическое обучение - 155 недель Х 54час.= 8370 часов Экзаменационные сессии - 31 неделя Практики - 16 недель Квалификационная работа - 12 недель Каникулы - 37 недель Отпуск после окончания вуза - 4 недели -------------- Всего - 255 недель Примечание: 1. Вуз (факультет) имеет право: 1.1. Изменять объем часов, отводимых на освоение учебногоматериала: для циклов дисциплин - в пределах 5%, для дисцип-лин, входящих в цикл - в пределах 10% без превышения макси-мального объема недельной нагрузки студента и при сохраненииминимального содержания , указанных в данной программе. 1.2. Устанавливать объем часов по дисциплинам циклов об-щих гуманитарных и социально-экономических дисциплин (кромеиностранного языка и физической культуры), общих естествен-но-научных дисциплин при условии сохранения объема часов дан-ного цикла и реализации минимума содержания дисциплин, указан- - 24 -ного в графе 2. 1.3. Осуществлять преподавание общих гуманитарных и соци-ально-экономических дисциплин в форме авторских лекционныхкурсов и разнообразных видов коллективных и индивидуальныхпрактических занятий, заданий и семинаров по программам, (раз-работанным в самом вузе и учитывающим региональную, националь-но-этническую, профессиональную специфику, также и научно-исс-ледовательские предпочтения преподавателей), обеспечивающимквалифицированное освещение тематики дисциплин 1.4. Устанавливать необходимую глубину усвоения отдельныхразделов дисциплин (графа 2), входящих в циклы общих гумани-тарных и социально-экономических дисциплин, общих естественно-научных дисциплин , в зависимости от профиля данной специаль-ности. 1.5. Осуществлять реализацию отдельных дисциплин цикловЕН и ОД в виде набора самостоятельно определяемых учебных кур-сов. 1.6. Определять содержание, состав практик и их распреде-ление по семестрам. 2. Максимальный объем учебной нагрузки студента, включаявсе виды его аудиторной и внеаудиторной учебной работы, недолжен превышать 54 часов в неделю. Объем обязательных ауди-торных занятий студента не должен превышать за период теорети-ческого обучения в среднем 27 часов в неделю. При этом в ука-занный объем не входят обязательные практические занятия пофизической культуре и занятия по факультативным дисциплинам.Общее число каникулярного времени в учебный год должно состав-лять 7-10 недель, в том числе не менее двух недель в зимнийпериод. 3. Факультативные дисциплины предусматриваются учебнымпланом вуза, но не являются обязательными для изучения студен-том. 4. Курсовые работы (проекты) рассматриваются как видучебной работы по дисциплине и выполняются в пределах часов,отводимых на ее изучение. 5. Наименование специализаций устанавливается вузом исогласуется с Учебно-методическим объединением университетов(отделение математики и механики). Наименование дисциплин спе-циализации, их объем и содержание устанавливаются высшим учеб-ным заведением (факультетом). 6. Квалификация "Преподаватель" может быть присвоена вы-пускнику при выполнении им в процессе учебы требований, предъ-являемых государственным стандартом для этой дополнительнойквалификации, с соответствующей записью в дипломе; в случае,если в процессе учебы Государственные требования к минимумусодержания и уровню профессиональной подготовки выпускника дляполучения дополнительной квалификации "Преподаватель" выполне-ны не были, квалификация "Преподаватель" может быть получена вустановленном порядке с выдачей сертификата утвержденного об-разца. Составители:По циклу фундаментальных и специальных дисциплин -Учебно-методическое объединение университетов (Совет по математике)По циклу естественно-научных дисциплин -Экспертный совет по естественно-научному образованию - 25 -По циклу общих гуманитарных и социально-экономических дисциплин -Экспертный совет по гуманитарному и социально-экономическомуобразованиюПредседательСовета по математике УМО университетовчл. корр. РАН О.Б.ЛУПАНОВГлавное управление образовательно-профессиональных программ итехнологийНачальник управления Ю.Г. ТАТУРНачальник отделауниверситетского образования В.С.СЕНАШЕНКОГлавный специалист Н.Р.СЕНАТОРОВА. - 26 -ї2ЕН.00 Общие естественно-научные дисциплины: 1350ЕН.01 Компьютерные науки: 600ЕН.02 Методы вычислений: 220ЕН.03 Физика: 190ЕН.04 Концепции современного естествознания 190ЕН.05 Курсы естественно-научного цикла по выбору студента, устанавливаемые вузом (факультетом) 150ї2ОД.00 Общепрофессиональные и специальные дисциплины: ї0 3770ОД.01 Математический анализ: 810ОД.02 Алгебра: 250ОД.03 Аналитическая геометрия: 210ОД.04 Линейная алгебра и геометрия: 210ОД.05 Дискретная математика: 80ОД.06.Математическая логика и теория алгоритмов: 80ОД.07 Дифференциальные уравнения: 220ОД.08.Дифференциальная геометрия: 54ОД.09.Топология: 54ОД.10 Функциональный анализ и интегральные уравнения: 220ОД.11 Теория функций комплексного переменного: 165ОД.12 Уравнения с частными производными: 220ОД.13 Теория вероятностей: 110ОД.14 Математическая статистика: 110ОД.15 Теория случайных процессов: 54ОД.16 Теоретичесая механика: 190ОД.17 Вариационное исчисление и методы оптимизации: 110ОД.18 Теория чисел: 110ОД.19 Курсы по выбору студента, устанавливаемые вузом (факуль- тетом): 513ї2СД.00 Дисциплины специализации, устанавливаемых ї2вузом (факультетом): 1000ї2Ф.00 Факультативные дисциплины 450Ф.01 Военная подготовка 450 ------------- Всего: 8370 часовП.00. Практики: 16 недельИ.00 Итоговая государственная аттестация:И.01 Квалификационная работа 12 недель Настоящая структура составлена исходя из следующих данных: Теоретическое обучение - 155 недель Х 54час.= 8370 часов Экзаменационные сессии - 31 неделя Практики - 16 недель Квалификационная работа - 12 недель Каникулы - 37 недель Отпуск после окончания вуза - 4 недели -------------- Всего - 255 недель |