|  |
| --- |
| Государственный Комитет Российской Федерации  по высшему образованию  УТВЕРЖДАЮ:  Заместитель Председателя  Госкомвуза России  В.Д.ШАДРИКОВ  "26" июля 1994г.  ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ СТАНДАРТ  ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  Г О С У Д А Р С Т В Е Н Н Ы Е Т Р Е Б О В А Н И Я  к минимуму содержания и уровню  подготовки выпускника  по специальности 010100 - Математика  (третий уровень профессионального образования)  Вводится в качестве стандарта  с 1 сентября 1994 года  Москва, 1994 г.  1. Общая характеристика специальности 010100 - Математика  1.1. Специальность утверждена приказом Государственного  комитета Российской Федерации по высшему образованию от 05  марта 1994г. N180.  1.2 Нормативная длительность обучения по специальности  при очной форме обучения 5 лет. Квалификация - "Математик".  1.3 Характеристика основных сфер и объектов профессио-  нальной деятельности специалиста по специальности 010100 - Ма-  тематика.  - исследовательская деятельность в областях, использующих  математические методы и компьютерные технологии;  - создание и использование математических моделей процес-  сов и объектов;  - разработка эффективных математических методов решения  задач естествознания, техники, экономики и управления;  - 2 -  - программно-информационное обеспечение научно-исследова-  тельской, проектно-конструкторской и эксплуатационно-управлен-  ческой деятельности;  - преподавание цикла математических дисциплин (в том чис-  ле информатики), в соответствии с примечанием п.6.  Сферами профессиональной деятельности специалиста являются:  - академические и научно-исследовательские институты,  проектные и научно-производственные организации, предприятия и  объединения, управленческие и экспертные учреждения различных  Министерств и ведомств, бюро, фирмы и прочие организации раз-  личных форм собственности;  - учреждения систем высшего, среднего и среднего специ-  ального образования Госкомвуза РФ, Министерства образования  РФ, Федеральной службы занятости РФ и других Министерств и ве-  домств.  2.Требования к уровню подготовки лиц, успешно завершивших  обучение по программе специалиста с квалификацией "Математик".  2.1. Общие требования к образованности специалиста.  Специалист отвечает следующим требованиям:  - знаком с основными учениями в области гуманитарных и  социально-экономических наук, способен научно анализировать  социально-значимые проблемы и процессы, умеет использовать ме-  тоды этих наук в различных видах профессиональной и социальной  деятельности;  - знает этические и правовые нормы, регулирующие отноше-  ние человека к человеку, обществу, окружающей среде, умеет  учитывать их при разработке экологических и социальных проек-  тов;  - имеет целостное представление о процессах и явлениях,  происходящих в неживой и живой природе, понимает возможности  современных научных методов познания природы и владеет ими на  уровне, необходимом для решения задач, имеющих естественнона-  учное содержание и возникающих при выполнении профессиональных  функций;  - способен продолжить обучение и вести профессиональную  деятельность в иноязычной среде (требование рассчитано на реа-  лизацию в полном объеме через 10 лет);  - имеет научное представление о здоровом образе жизни,  владеет умениями и навыками физического самосовершенствования;  - владеет культурой мышления, знает его общие законы,  способен в письменной и устной речи правильно (логично) офор-  мить его результаты;  - умеет на научной основе организовать свой труд, владеет  компьютерными методами сбора, хранения и обработки (редактиро-  вания) информации, применяемыми в сфере его профессиональной  деятельности;  - способен в условиях развития науки и изменяющейся соци-  альной практики к переоценке накопленного опыта, анализу своих  возможностей, умеет приобретать новые знания, используя совре-  менные информационные образовательные технологии;  - понимает сущность и социальную значимость своей будущей  профессии, основные проблемы дисциплин, определяющих конкрет-  ную область его деятельности, видит их взаимосвязь в целостной  - 3 -  системе знаний;  - способен к проектной деятельности в профессиональной  сфере на основе системного подхода, умеет строить и использо-  вать модели для описания и прогнозирования различных явлений,  осуществлять их качественный и количественный анализ;  - способен поставить цель и сформулировать задачи, свя-  занные с реализацией профессиональных функций, умеет использо-  вать для их решения методы изученных им наук;  - готов к кооперации с коллегами и работе в коллективе,  знаком с методами управления, умеет организовать работу испол-  нителей, находить и принимать управленческие решения в услови-  ях различных мнений, знает основы педагогической деятельности;  - методически и психологически готов к изменению вида и  характера своей профессиональной деятельности, работе над меж-  дисциплинарными проектами.  2.2. Требования к знаниям и умениям по дисциплинам.  2.2.1. Требования по общим гуманитарным и социально-эко-  номическим дисциплинам.  Требования (Федеральный компонент) к обязательному  минимуму содержания и уровню подготовки выпускника выс-  шей школы по циклу "Общие гуманитарные и социально-эко-  номические дисциплины" утверждены Госкомвузом России 18  августа 1993 года и опубликованы в Бюллетене Госкомвуза  России N11 за 1993 год.  2.2.2 Требования по естественно-научным дисциплинам.  Специалист должен иметь представления:  в области компьютерных наук:  - об основных принципах устройства и функционирования ЭВМ;  - об основах теории алгоритмов и ее применения, методах построе-  ния формальных языков, основах структуры баз данных, основах машинной  графики, архитектурных особенностях современных ЭВМ.  - в области методов вычислений - о погрешности вычислений, интер-  поляции, наилучшем приближении в нормированном пространстве, теореме  Чебышева об альтернансе, ортогональных многочленах, быстром дискретном  преобразовании Фурье, сплайнах, численном интегрировании, прямых и  итерационных методах решения систем линейных алгебраических уравнений,  численных методах решения задачи Коши для систем обыкновенных диффе-  ренциальных уравнений, методах решения краевых задач для обыкновенных  дифференциальных уравнений, понятии о методе конечных элементов, чис-  ленных методах решения гиперболических, параболических и эллиптических  уравнений, численных методах решения интегральных уравнений;  в области естествознания и экологии:  - об исторической взаимосвязи естествознания и математики;  - о существующих концепциях происхождения и эволюции Вселенной;  - о соотношении порядка и беспорядка в природе;  - о динамических и статистических закономерностях в природе;  - о вероятности как объективной характеристике процессов и явле-  ний в природе;  - о концепциях пространства и времени;  - о принципах симметрии и законах сохранения;  - о соотношениях эмпирического и теоретического в познании;  - об индивидуальном и коллективном поведении объектов в природе;  - 4 -  - о биосфере и направлении ее эволюции;  - о взаимодействии организма и среды, сообществах организмов,  экосистемах;  - об экологических принципах рационального природопользования;  - о роли биологических законов в решении социальных проблем;  - об основных этапах и современных достижениях развития вознания,  фундаментальных константах естествознания;  - об особенностях физических, химических и биологических методов  исследований, моделировании в различных областях современной науки.  2.2.3.Требования по общепрофессиональным и специальным  дисциплинам.  Специалист должен свободно ориентироваться в основных разделах  фундаментальных математических дисциплин, что включает:  - в области математического анализа - множество действительных  чисел, функции одного и нескольких переменных (предел, непрерыв-  ность, дифференциальное и интегральное исчисление, задачи на экстре-  мум); функциональные последовательности и ряды, ряд Фурье, преобра-  зование Фурье, кратные, криволинейные и поверхностные интегралы, ос-  новные интегральные формулы векторного анализа;  - в области алгебры - комплексные числа и многочлены, матричную  алгебру и решение систем линейных уравнений, конечномерные линейные  пространства, линейные операторы и функционалы, билинейные и квадра-  тичные формы, метрические вещественные и комплексные линейные прост-  ранства, классификацию гиперповерхностей второго порядка, группы  преобразований и классификацию движений, основные понятия тензорной  алгебры, основные структуры современной алгебры (группы, кольца, по-  ля, линейные представления групп);  - в области аналитической геометрии - векторы, линейную зависи-  мость, скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, урав-  нения прямой линии на плоскости, линии второго порядка, аффинные и  изометрические преобразования плоскости и пространства, поверхности  второго порядка, плоские сечения, аффинную классификацию, модели  проективной плоскости, проективные преобразования, проективную клас-  сификацию линий второго порядка;  - в области линейной алгебры и геометрии - линейные прост-  ранства и линейные отображения, собственные векторы, инвариантные  подпространства, Жорданова фарма линейного отображения; полилинейные  функции и тензоры, билинейные функции и квадратичные формы; евклидо-  вы и унитарные пространства; симметрические, эрмитовы, ортогональные  и унитарные операторы; аффинные и евклидовы аффинные (точечные)  пространства, выпуклые многогранники; аффинная и евклидова геомет-  рия, классификация квадрик; проективные пространства и проективные  отображения, квадрики в проективном пространстве;  - в области дискретной математики, математической логики и тео-  рии алгоритмов - булевы функции и функции к-значной логики, графы,  сети, контактные схемы и схемы из фундаментальных элементов, опти-  мальные и самокорректирующиеся коды, автоматы, машины Тьюринга, ал-  горитмически неразрешимые проблемы, исчисление высказываний, преди-  каты, исчисление предикатов;  - в области дифференциальных уравнений - понятие дифференциаль-  ного уравнения, поля направлений, элементарные приемы интегрирова-  ния, задачу Коши, теоремы существования и единственности, общую тео-  рию линейные систем, системы с постоянными коэффициентами, устойчи-  вость по Ляпунову, особые точки, уравнения с частными производными  первого порядка;  - в области дифференциальной геометрии и топологии - теорию  - 5 -  кривых на плоскости и в пространстве, поверхности, первую и вторую  квадратичные формы поверхности, топологические и метрические прост-  ранства, гладкие многообразия, Риманову метрику,геометрию Лобачевс-  кого, матричные группы, Риманову геометрию и тензорный анализ, ис-  числение внешних дифференциальных форм, гомотопию, степень отображе-  ния;  - в области функционального анализа и интегральных уравнений -  метрические и топологические пространства, меру и интеграл Лебега,  Банаховы пространства и операторы, Гильбертовы пространства и спект-  ральную теорию операторов, линейные топологические пространства и  обобщенные функции, элементы линейного анализа (классические задачи  вариационного исчисления, уравнения Эйлера, условия Лежандра и Яко-  би);  - в области теории функций комплексного переменного - функции  комплексного переменного и отображение множеств, элементарные функ-  ции, интеграл по комплексному переменному, интеграл Коши, последова-  тельности и ряды аналитических функций в области, теорему единс-  твенности и принцип максимума модуля, ряд Лорана, изолированные осо-  бые точки однозначного характера, вычеты, принцип аргумента, отобра-  жения посредством аналитических функций, аналитическое продолжение,  гармонические функции на плоскости;  - в области уравнений с частными производными - вывод уравнений  математической физики, постановку основных краевых задач, классифи-  кацию уравнений, теорему Коши-Ковалевской, волновое уравнение, ос-  новные задачи, приводящие к волновому уравнению и свойства решений,  уравнение Лапласа, свойства решений и задачу Дирихле, уравнение теп-  лопроводности, свойства его решений и задачу Коши, понятие коррект-  рной задачи, понятие обобщенного решения;  - в области теории вероятностей - понятие случайного события и  его вероятности, основные теоремы о вероятности, аксиоматику Колмо-  горова, схему Бернулли, понятие случайной величины и ее функции  распределения, распределение суммы, произведения и частного незави-  симых случайных величин, закон больших чисел, центральную предельную  теорему;  - в области математической статистики - оценки вероятностных ха-  рактеристик случайных явлений, оценки неизвестных параметров, несме-  щенные оценки, оценки наибольшего правдоподобия, состоятельные оцен-  ки, достаточные статистики, проверку статистических гипотез, крите-  рий "хи-квадрат" корреляционные связи между случайными величинами,  метод наименьших квадратов, асимптотическую нормальность оценок мак-  симального правдоподобия;  - в области теории случайных процессов - определение случайного  процесса, конечномерные распределения, теорему Колмогорова о сущест-  вовании процесса с заданным семейством конечномерных распределений  (без доказательства), классы случайных процессов: марковские, стаци-  онарные, точечные, гауссовский случайный процесс, пуассоновский про-  цесс, стохастический интеграл, представление о спектральном разложе-  нии стационарного процесса, цепи Маркова с непрерывным временем,  прямое и обратное уравнения Колмогорова;  - в области теоретической механики - кинематику точки, кинема-  тику твердого тела, динамику свободной точки со связью, динамику  систем точек, динамику твердого тела, малые колебания, лагранжеву  механику, гамильтонову механику, вариационные принципы механики;  - в области вариационного исчисления и методов оптимизации -  классическое вариационное исчисление, уравнение Эйлера, условия вто-  рого порядка - Лежандра, Якоби; оптимальное управление, принцип мак-  симума Понтрягина, методы решения задач линейного программирования,  симплекс-метод, градиентные методы, метод Ньютона, методы сопряжен-  ных направлений;  - 6 -  - в области теории чисел - простейшие сведения о простых чис-  лах, арифметические функции, оценки Чебышева числа простых чисел не  превосходящих данного, цепные дроби, приближение действительных чи-  сел рациональными числами, наилучшие приближения, теорема Лагранжа о  разложении квадратичных иррациональностей в цепные дроби, числовые  сравнения, квадратичные вычеты и невычеты, закон взаимности квадра-  тичных вычетов, первообразные корни и индексы, арифметические прило-  жения теории сравнений, понятие алгебраических и трансцендентных чи-  сел;  владеть:  - основными понятиями и методами фундаментальных математических  дисциплин, уметь примененять их для решения типовых задач;  уметь:  - использовать математические модели реальных процессов и объ-  ектов для нахождения эффективных решений прикладных задач широкого  профиля;  Требования по дисциплинам специализаций устанавливаются вузом  (факультетом).  3. Обязательный минимум содержания образовательной программы  по специальности 010100 - Математика.  њњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњ  Всего часов  Индекс Наименование дисциплин на освоение  и их основные разделы учебного  материала  њњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњ  1 2 3  њњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњњ  ГСЭ.00 Цикл общих гуманитарных и социально-  экономических дисциплин ї2 ї0 ї2 ї01800  Требования (Федеральный компонент) к обязательному  минимуму содержания и уровню подготовки выпускника выс-  шей школы по циклу "Общие гуманитарные и социально-эко-  номические дисциплины" утверждены Госкомвузом России 18  августа 1993 года и опубликованы в Бюллетене Госкомвуза  России N11 за 1993 год.  ї2ЕН.00 Общие естественно-научные дисциплины: 1350  ЕН.01 Компьютерные науки: 600  основные понятия: алгоритмы для ЭВМ, базовые конструкции  для записи алгоритмов, циклы "для", "пока", "ес-  ли-то-иначе", выбор, условный и безусловный переход;  простейшие типы данных: целый, вещественный, символь-  - 7 -  ный,логический и их представление в ЭВМ, массивы данных,  организация ввода и вывода, понятие о файловой системе,  файлы последовательного доступа и прямого доступа, фор-  матный и бесформатный ввод/вывод; простейшие алгоритмы  обработки данных: вычисления по формулам, последователь-  ный и бинарный поиск, сортировка,итерационные алгоритмы  поиска корней уравнений, индуктивная обработка последо-  вательностей данных, рекуррентные вычисления; структуры  данных: вектор, матрица, запись (структура), стек, дек,  очередь, последовательность, список, множество, бинарное  дерево, реализация структур данных на базе линейной па-  мяти ЭВМ, непрерывный и ссылочный способы реализации  структур данных, реализация множества (битовая, непре-  рывная, хеш-реализация), алгоритмы обработки коллизии в  хеш-реализации; рекурсивные и итерационные алгоритмы об-  работки данных, условия, обеспечивающие завершение пос-  ледовательности рекурсивных вызовов, идеи реализации ре-  курсивных вызовов в подпрограммах, инвариантная функция  и инвариант цикла, взаимосвязь итерации и рекурсии, ин-  дуктивное вычисление функции на последовательности дан-  ных;структуры данных в прикладных программах: примеры  использования и реализации различных структур (редактор  текстов, стековый калькулятор), принципы построения фай-  ловых систем, каталог, таблица размещения файлов, расп-  ределение блоков файла по диску; компиляция и интерпре-  тация: основные этапы компиляции, лексический, синтакси-  ческий, семантический анализ выражения,формальная грам-  матика, компилятор формулы, дерево синтаксического раз-  бора; понятие об операционной системе: процесс, состоя-  ние процесса,прерывание,планирование процессов, понятие  о тупиках и способах их устранения;надежность программ-  ного обеспечения: методы тестирования и отладки прог-  рамм, переносимость программ, технология программирова-  ния, принципы создания пакетов стандартных программ,  принципы обеспечения дружественного интерфейса приклад-  ных программ; понятие об архитектуре ЭВМ: процессор и  система его команд, структура памяти ЭВМ и способы адре-  сации, выполнение команды в процессоре, взаимодействие  процессора памяти и периферийных устройств;вычислитель-  ный практикум: реализация алгоритмов обработки данных,  возникающих в задачах алгебры, математического анализа,  математической статистики, задач обработки изображе-  ний,задачах линейного программирования и пр.  ЕН.02 Методы вычислений: 220  введение в численные методы; постановка задачи интерпо-  ляции; интерполяционный многочлен Лагранжа; его сущест-  вование и единственность; оценка погрешности интерполя-  ционной формулы Лагранжа; понятие о количестве арифмети-  ческих операций, как об одном из критериев оценки ка-  чества алгоритма; разделенные разности; интерполяционный  многочлен Лагранжа в форме Ньютона с разделенными раз-  ностями; многочлены Чебышева, их свойства; минимизация  остаточного члена погрешности интерполирования; тригоно-  метрическая интерполяция; дискретное преобразование  Фурье; наилучшее приближение в нормированном пространс-  тве; существование элемента наилучшего приближения; Че-  бышевский альтернанс, единственность многочлена наилуч-  шего приближения в С; примеры; ортогональные многочлены;  процесс ортогонализации Шмидта; запись многочлена в виде  - 8 -  разложения по ортогональным многочленам, ее преимущест-  ва; рекуррентная формула для вычисления ортогональных  многочленов; сплайны; экстремальные свойства сплайнов;  построение кубического интерполяционного сплайна; прос-  тейшие квадратурные формулы - прямоугольников, трапеций;  квадратурные формулы Ньютона-Котеса; оценки погрешности  этих квадратурных формул; квадратурные формулы Гаусса,  их построение, положительность коэффициентов, сходи-  мость; составные квадратурные формулы, оценки погрешнос-  ти; интегрирование сильно осциллирующих функций; вычис-  ление интегралов в нерегулярных случаях; численное диф-  ференцирование, вычислительная погрешность формул чис-  ленного дифференцирования; правило Рунге оценки погреш-  ности; основные задачи линейной алгебры, метод Гаусса;  метод простой итерации, теорема о достаточном условии  сходимости, необходимое и достаточное условие сходимости;  метод простой итерации для симметричных положительно оп-  ределенных матриц, оптимизация параметра процесса; -про-  цесс ускорения сходимости итераций; метод наискорейшего  градиентного спуска; метод Зейделя; методы решения нели-  нейных уравнений (метод бисекций, метод простой итерации  и метод Ньютона); метод разложения в ряд Тейлора решения  задачи Коши для ОДУ, метод Эйлера и его модификации, ме-  тоды Рунге-Кутта; конечно-разностные методы, понятие об  аппроксимации, исследование свойств конечно-разностных  схем на модельных примерах; основные понятия теории раз-  ностных схем - аппроксимация, устойчивость, сходимость;  аппроксимация, устойчивость и сходимость для простейшей  краевой задачи для ОДУ второго порядка; методы решения  системы ЛАУ с трехдиагональной матрицей (метод стрельбы и  метод прогонки); метод конечных элементов; простейшие  разностные схемы для уравнения переноса, спектральный  признак устойчивости, примеры; простейшие разностные схе-  мы для уравнения теплопроводности с одной пространствен-  ной переменной, явная и неявная схемы, схема с весами,  устойчивость и аппроксимация схемы с весами, схема со  вторым порядком аппроксимации; разностная схема для урав-  нения Пуассона в прямоугольнике, ее корректность; методы  решения сеточной задачи Дирихле для уравнения Пуассона  (метод Гаусса, метод разложения в дискретный ряд Фурье,  метод простой итерации); численные методы решения интег-  ральных уравнений второго рода; метод регуляризации реше-  ния интегральных уравнений первого рода.  ЕН.03 Физика: 190  Физические основы механики: кинематика, динамика, стати-  ка, законы сохранения, основы релятивистской механики;  элементы гидродинамики; электричество и магнетизм; физи-  ка колебаний и волн: гармонический и ангармонический ос-  цилляторы, физический смысл спектрального разложе-  ния,волновые процессы,основные акустические и оптические  явления; квантовая физика: корпускулярно-волновой дуа-  лизм, принцип неопределенности,квантовые состояния;ста-  тистическая физика и термодинамика: три начала термоди-  намики, фазовые равновесия и фазовые превращения, эле-  менты неравновесной термодинамики,классическая и кванто-  вые статистики.  ЕН.04 Концепции современного естествознания (математические  модели в естествознании и экология): 190  - 9 -  естественно-научная и гуманитарные культуры; научный ме-  тод; история естествознания и тенденции его развития;  порядок и беспорядок в природе; структурные уровни орга-  низации материи; пространство и время; принцип относи-  тельности; принципы симметрии; принципы суперпозиции,  неопределенности, дополнительности; основные характерис-  тики химических процессов; особенности биологического  уровня организации материи; принципы эволюции, воспроиз-  водства и развития живых систем; многообразие живых ор-  ганизмов как основа организации и устойчивости биосферы;  генетика и эволюция; биоэтика, человек, биосфера и кос-  мические циклы; принципы универсального эволюционизма;  проблемы и методы современных естественных наук; методы  математического моделирования в современном естествозна-  нии и экологии.  ЕН.05 Курсы естественно-научного цикла по выбору студента,  устанавливаемые вузом (факультетом) 150  ї2ОД.00 Общепрофессиональные и специальные дисциплины: 3770  ОД.01 Математический анализ: 810  предмет математического анализа, сведения о множествах и  логической символике, отображение и функции. Действи-  тельные числа:алгебраические свойства множества R дейс-  твительных чисел; аксиома полноты множества R; действия  над действительными числами, принцип Архимеда; основные  принципы полноты множества R: существование точной верх-  ней (нижней) грани числового множества, принцип вложен-  ных отрезков, дедекиндово сечение, лемма о конечном пок-  рытии. Теория пределов: предел числовой последователь-  ности; основные свойства и признаки существования преде-  ла; предельные точки множества и теорема Больцано-Ве-  йерштрасса о выделении сходящейся подпоследовательности;  предел монотонной последовательности; число"е"; верхний  и нижний пределы; критерий Коши существования предела;  топология на R; предел функции в точке; свойства преде-  лов; бесконечно малые и бесконечно большие функции и  последовательности; предел отношения синуса бесконечно  малого аргумента к аргументу; общая теория предела; пре-  дел функции по базису фильтра (по базе); основные свойс-  тва предела; критерий Коши существования предела; срав-  нение поведения функций на базе; символы "о", "О", " ";  итерационные последовательности; простейшая форма прин-  ципа неподвижной точки для сжимающего отображения отрез-  ка, итерационный метод решения функциональных уравнений.  Непрерывные функции:локальные свойства непрерывных функ-  ций; непрерывность функции от функции; точки разрыва;  ограниченность функции, непрерывной на отрезке; сущест-  вование наибольшего и наименьшего значений; прохождение  через все промежуточные значения; равномерная непрерыв-  ность функции, непрерывной на отрезке; монотонные функ-  ции; существование и непрерывность обратной функции; не-  рерывность элементарных функций. Дифференциалы и произ-  водные: дифференцируемость функций в точке; производная  в точке, дифференциал и их геометрическипй смысл; меха-  нический смысл производной; правила дифференцирования;  производные и дифференциалы высших порядков; формула  Лейбница. Основные теоремы дифференциального исчисления  и их приложения: теорема Ролля, теоремы Лагранжа и Коши  о конечных приращениях; локальная формула Тейлора;  - 10 -  асимптотические разложения элементарных функций; формула  Тейлора с остаточным членом; применение дифференциально-  го исчисления к исследованию функций, признаки знакопос-  тоянства, монотонность, экстремумы, выпуклость, точки  перегиба, раскрытие неопределенностей; геометрические  приложения. Неопределенный интеграл: первообразная функ-  ция, неопределенный интеграл и его свойства; таблица  формул интегрирования; замена переменной; интегрирование  по частям; интегрирование рациональных функций; интегри-  рование некоторых простейших иррациональных и трансцен-  дентных функций. Определенный интеграл: задачи, приводя-  щие к понятию определенного интеграла; определенный ин-  теграл Римана; критерии интегрируемости; интегрируемость  непрерывной функции, монотонной функции и ограниченной  функции с конечным числом точек разрыва; свойства опре-  деленного интеграла, теорема о среднем значении;диффе-  ренцирование по переменному верхнему пределу;существова-  ние первообразной от непрерывной функции; связь опреде-  ленного интеграла с неопределенным: формула Ньюто-  на-Лейбница; замена переменной; интегрирование по час-  тям; длина дуги и другие геометрические, механические и  физические приложения; функция ограниченной вариации;те-  орема о представлении функции ограниченной вариации и  основные свойства; интеграл Стилтьеса; признаки сущест-  вования интеграла Стилтьеса и его вычисления. Функции  многих переменных:Евклидово пространство n измерений;об-  зор основных метрических и топологических характеристик  точечных множеств евклидова пространства; функции многих  переменных, пределы, непрерывность; свойства непрерывных  функций; дифференциал и частные производные функции мно-  гих переменных; производная по направлению; градиент;  достаточное условие дифференцируемости;касательная плос-  кость и нормаль к поверхности;дифференцирование сложных  функций; частные производные высших порядков, свойства  смешанных производных;дифференциалы высших порядков;  формула Тейлора для функций нескольких независимых пере-  менных; экстремум; отображения R в R , их дифференциро-  вание, матрица производной; якобианы; теоремы о неявных  функциях; замена переменных; зависимость функций; услов-  ный экстремум; локальное обращение дифференцируемого  отображения R в R и теорема о неявном отображении; прин-  цип неподвижной точки сжимающего отображения полного  метрического пространства. Числовые ряды: сходимость и  сумма числового ряда; критерий Коши; знакопостоянные ря-  ды; сравнение рядов; признаки сходимости Даламбера, Ко-  ши; интегральный признак сходимости; признак Лейбница;  абсолютная и условная сходимость; преобразование Абеля и  его применение к рядам; перестановка членов абсолютно  сходящегося ряда; теорема Римана; операции над рядами;  двойные ряды; понятие о бесконечных произведениях. Функ-  циональные последовательности и ряды: равномерная сходи-  мость; признаки равномерной сходимости; теорема о пре-  дельном переходе; теоремы о непрерывности, почленном ин-  тегрировании и дифференцировании; степенные ряды, радиус  сходимости, формула Коши-Адамара; равномерная сходимость  и непрерывность суммы степенного ряда; почленное интег-  рирование и дифференцирование степенных рядов; ряд Тей-  лора; разложение элементарных функций в степенные ряды;  оценка с помощью формулы Тейлора погрешности при замене  - 11 -  функции многочленом; ряды с комплексными членами; форму-  лы Эйлера;применение рядов к приближенным вычислениям;  теоремы Вейерштрасса о приближении непрерывных функций  многочленами. Несобственные интегралы:интегралы с беско-  нечными пределами и интегралы от неограниченных функций;  признаки сходимости; интегралы, зависящие от параметра;  непрерывность, дифференцирование и интегрирование по па-  раметру; несобственные интегралы, зависящие от парамет-  ра: равномерная сходимость, непрерывность, дифференциро-  вание и интегрирование по параметру; применение к вычис-  лению некоторых интегралов; функции, определяемые с по-  мощью интегралов, бета- и гамма- функции Эйлера. Ряды  Фурье: ортогональные системы функций; тригонометрическая  система; ряд Фурье; равномерная сходимость ряда Фурье;  признаки сходимости ряда Фурье в точке; принцип локали-  зации; минимальное свойство частных сумм ряда Фурье; не-  равенство Бесселя; достаточное условие разложимости  функции в тригонометрический ряд Фурье; сходимость в  среднем; равенство Парсеваля; интеграл Фурье и преобра-  зование Фурье. Двойной интеграл и интегралы высшей крат-  ности: двойной интеграл, его геометрическая интерпрета-  ция и основные свойства; приведение двойного интеграла к  повторному; замена переменных в двойном интеграле; поня-  тие об аддитивных функциях области; площадь поверхности;  механическое и физическое приложения двойных интегралов;  интегралы высшей кратности; их определение, вычисление и  простейшие свойства; несобственные кратные интегралы.  Криволинейные интегралы и интегралы по поверхности: кри-  волинейные интегралы; формула Грина; интегралы по по-  верхности;формула Остроградского; элементарная формула  Стокса; условия независимости криволинейного интеграла  от формы пути. Элементы теории поля: скалярное поле;  векторное поле; поток, расходимость, циркуляция, вихрь;  векторная интерпретация формул Остроградского и Стокса;  потенциальное поле; векторные линии и векторные трубки;  соленоидальное поле; оператор "набла"; понятие о диффе-  ренциальных формах и интегрирование их по цепям; абс-  трактная теорема Стокса и получение из нее элементарной  формулы Стокса и формулы Гаусса-Остроградского.  ОД.02 Алгебра: 250  понятие группы, кольца и поля; поле комплексных чисел;  кольцо многочленов; деление многочленов с остатком; тео-  рема Безу; кратность корня многочлена, ее связь со зна-  чениями производных; разложение многочленов на неприво-  димые множители над полями комплексных и действительных  чисел; формулы Виета; наибольший общий делитель многоч-  ленов, его нахождение с помощью алгоритма Евклида; коль-  цо многочленов от нескольких переменных; симметрические  многочлены. Группа подстановок; четность подстановки;  циклические группы; разложение группы на смежные классы  по подгруппе; теорема Лагранжа. Системы линейных уравне-  ний; свойства линейной зависимости; ранг матрицы; опре-  делители, их свойства и применение к исследованию и ре-  шению систем линейных уравнений; кольцо матриц и группа  невырожденных матриц. Векторные пространства; базис и  размерность; подпространства; сумма и пересечение подп-  ространств; прямые суммы; билинейные и квадратичные фор-  мы; приведение квадратичной формы к нормальному виду;  закон инерции; положительно определенные квадратичные  - 12 -  формы; критерий Сильвестра; ортонормированные базисы и  ортогональные дополнения; определители Грама и объем па-  раллелепипеда. Линейные операторы;собственные векторы и  собственные значения; достаточные условия приводимости  матрицы линейного оператора к диагональному виду; поня-  тие о жордановой нормальной форме; самосопряженные и ор-  тогональные (унитарные) операторы; приведение квадратич-  ной формы в евклидовом пространстве к каноническому ви-  ду. Аффинные системы координат; линейные многообразия,  их взаимное расположение; квадрики (гиперповерхности  второго порядка); их аффинная и метрическая классифика-  ция и геометрические свойства; примеры групп преобразо-  ваний: классические линейные группы, группа движений и  группа аффинных преобразований, группы симметрии пра-  вильных многоугольников и многогранников в трехмерном  пространстве; классификация движений плоскости и трех-  мерного пространства.  ОД.03 Аналитическая геометрия: 210  векторы: векторы, их сложение и умножение на число; ли-  нейная зависимость векторов и ее геометрический смысл;  базисы и координаты; скалярное произведение векторов;  переход от одного базиса к другому; ориентация; ориенти-  рованный объем параллелепипеда; векторное и смешанное  произведения векторов. Прямая линия и плоскость: системы  координат; переход от одной системы координат к другой;  уравнение прямой линии на плоскости и плоскости в прост-  ранстве; взаимное расположение прямых на плоскости и  плоскостей в пространстве; прямая в пространстве. Линии  второго порядка: квадратичные функции на плоскости и их  матрицы; ортогональные матрицы и преобразования прямоу-  гольных координат; ортогональные инварианты квадратичных  функций; приведение уравнения линий второго порядка к  каноническому виду; директориальное свойство эллипса,  гиперболы и параболы; пересечение линий второго порядка  с прямой; центры линий второго порядка; асимптоты и соп-  ряженные диаметры; главные направления и главные диамет-  ры; оси симметрии. Аффинные преобразования: определение  и свойства аффинных преобразований; аффинная классифика-  ция линий второго порядка; определение и свойства изо-  метрических преобразований; классификация движений плос-  кости. Поверхности второго порядка: теорема о каноничес-  ких уравнениях поверхностей второго порядка (без доказа-  тельства); эллипсоиды; гиперболоиды; параболоиды; ци-  линдры; конические сечения; прямолинейные образующие;  аффинная классификация поверхностей второго порядка.  Проективная плоскость: пополненная плоскость и связка;  однородные координаты; линии второго порядка в однород-  ных координатах; проективные системы координат; проек-  тивные преобразования; проективная классификация линий  второго порядка.  ОД.04 Линейная алгебра и геометрия: 210  векторные пространства: линейная зависимость векторов;  размерность и базис векторного пространства; координаты  вектора в заданном базисе; изоморфность векторных прост-  ранств одинаковой конечной размерности; подпространства  векторного пространства; линейная оболочка и ранг систем  векторов; пересечение и сумма подпространств; прямая  сумма; линейные функции; сопряженное пространство; ду-  альный базис; линейные отображения векторных прост-  - 13 -  ранств, их задание матрицами: ядро и образ линейного  отображения; условие существования обратного отображе-  ния; линейные операторы; действия над ними; матрицы опе-  ратора в различных базисах; инвариантные подпрост-  ранства; собственные векторы и собственные значение; ха-  рактеристический многочлен линейного оператора; теорема  Гамильтона-Кэли; Жорданова клетка: корневые прост-  ранства; разложение в прямую сумму; теорема о жордановой  нормальной форме метрицы линейного оператора в комп-  лексном и в вещественном пространстве; единственность  жоржановой нормальной формы; необходимое и достаточное  условие диагонализируемости матрицы; полилинейные функ-  ции на векторном пространстве: общее понятие о тензорах;  координаты тензора; переход от одной системы координат к  другой; задание тензоров типа /2,0/ (билинейных функций)  матрицей; квадратичные и эрмитовы формы; приведение сим-  метрических билинейных форм к каноническому виду; закон  инерции; положительные определенные формы; критерий  Сильвестра; свертка тензора: симметрические и кососим-  метрические тензоры; операция симметрирования и альтер-  нирования; внешнее умножение; внешняя алгебра; связь с  определителями; ориентация конечномерного векторного  пространства; Евклидовы и унитарные векторные прост-  ранства: длина вектора и угол между векторами; нера-  венство Коши-Буняковского; ортонормированные базисы;  процесс ортогонализации; ортогональные и унитарные мат-  рицы; примеры; изоморфность унитарных пространств одина-  ковой размерности; соответствие между билинейными форма-  ми и линейными операторами: линейный оператор, сопряжен-  ный к данному; симметрические и эрмитовы линейные опера-  торы; их спектр; существование собственного ортонормиро-  ванного базиса; приведение квадратичной (эрмитовой) фор-  мы к главным осям; ортогональные и унитарные линейные  операторы; канонический базис для них; аффинные и евкли-  довы аффинные (точечные) пространства: системы коорди-  нат; плоскости в аффинном пространстве; их задание  системами линейных уравнений; расстояние между точками  евклидова пространства; расстояние от точки до  плоскости; объем в евклидовом пространстве; объем парал-  лелепипеда и определитель Грама; аффинные отображения,  их запись в координатах: разложение аффинного преобразо-  вания в произведение сдвига и преобразования, оставляю-  щего на месте точку; геометрический смысл определителя  аффинного преобразования; движения евклидова прост-  ранства; классификация движений трехмерного прост-  ранства; группа невырожденных аффинных преобразований и  группа движений; теоретико-групповая точка зрения на ге-  ометрию; аффинная и евклидова геометрия; квадрики (ги-  перповерхности второго порядка) в аффинном пространстве:  классификация квадрик в аффинной и евклидовой геометри-  ях; невырожденные центральные квадрики; линейные уравне-  ния, определяющие центр; канонические и цилиндрические  квадрики; асимптотические направления; геометрические  свойства главных осей эллипсоида; проективное прост-  ранство произвольной размерности, различные модели: од-  нородные координаты; аффинные карты проективного прост-  ранства; проективные преобразования и проективная груп-  па; квадрики в проективном пространстве, их классифика-  ция.  - 14 -  ОД.05 Дискретная математика: 80  комбинаторика и графы: выборки, перестановки, сочетания,  перестановки с повторениями; биномиальные коэффициенты,  их свойства; биномиальная теорема; полиномиальная теоре-  ма; формула включения и исключения; производящие функции  и рекуррентные соотношения; графы; основные понятия;  способы представления графов, оценка числа неизоморфных  графов с q ребрами; Эйлеровы циклы; теорема Эйлера; ук-  ладки графов; укладка графов в трехмерном пространстве;  планарность; формула Эйлера для плоских графов; деревья  и их свойства; оценка числа неизоморфных корневых де-  ревьев с q ребрами; теорема Кюли о числе деревьев на ну-  мерованных вершинах; потоки в сетях; теорема Форда-Фал-  керсона о максимальном потоке и минимаотном разрезе; ал-  горитм нахождения максимального потока; теорема о цело-  численности; задача о назначениях; паросочетания; теоре-  ма Холла о паросочетаниях в двудольном разрезе; дискрет-  ные экстремальные задачи, алгоритм Краскаля нахождения  минимального основного дерева; метод ветвей и границ.  Булевы функции: булевы функции; табличный способ зада-  ния; существенные и несущественные переменные; формулы;  эквивалентность формул; элементарные функции и их свойс-  тва; разложение функций по переменной; совершенная дизъ-  юнктивная нормальная форма; полные системы функций; по-  линомы Жегалкина; представление булевых функций полино-  мами; замыкание; свойства операции замыкания; замкнутые  классы; классы Т и Т ; линейные функции; лемма о нели-  нейной функции; самодвойственные функции; принцип двойс-  твенности; лемма о несамодвойственной функции; монотон-  ные функции; лемма о немонотонной функции; теорема о не-  полноте систем функций алгебры логики; предполные клас-  сы; базисы; примеры базисов; дизъюнктивные нормальные  формы (ДНФ); тупиковая, минимальная и сокращенная ДНФ;  геометрическая интерпретация; алгоритм нахождения всех  минимальных ДНФ; свойство сокращенной ДНФ для монотонных  булевых функций; методы построения сокращенной ДНФ; гра-  диентный алгоритм; локальные алгоритмы. Функции к-знач-  ной логики; элементарные функции; полнота систем функ-  ций; алгоритм распознавания полноты конечных систем  функций в Р ; представление функций из Р полиномами;  особенности функций к-значной логики; пример замкнутого  класса в Р , не имеющего базиса; пример замкнутого клас-  са в Р , имеющего счетный базис; пример континуального  семейства замкнутых классов в Р ; теорема Кузнецова о  функциональной полноте в Р ; существенные функции; тео-  рема Слупецкого. Теория кодирования: побуквенное кодиро-  вание; разделимые коды; префиксные коды; критерий одноз-  начности декодирования; неравенство Крафта-Макмиллана  для разделимых кодов; условие существования разделимого  кода с заданными длинами кодовых слов; оптималные коды;  методы построения оптимальных кодов; метод Хафмана; са-  мокорректирующиеся коды; коды Хэмминга, исправляющие  единичную ошибку; линейные коды и их простейшие свойс-  тва; коды Боуза-Чоудхури. Синтез и сложность управляющих  систем: схемы из функциональных элементов; сложность  схем; синтез схем из функциональных элементов для инди-  видуальных функций; схемы сложения и умножения n-разряд-  ных чисел; простейшие универсальные методы синтеза; ме-  тод Шеннона; мощностной метод получения низких оценок  - 15 -  сложности; функция L (n); порядок роста функции L (n);  асимптотически наилучший метод синтеза схем из функцио-  нальных элементов в базисе {v ,&,-}; асимптотика функции  L (n); контактные схемы; простейшие методы синтеза; кон-  тактное дерево; универсальный многополюсник; метод Шен-  нона для контактных схем; функция L (n); порядок роста  функции L (n); метод каскадов; нижняя оценка сложности  линейной функции в классе контактных схем (метод Кардо).  Ограниченно-детерминированные функции:детерминированные  функции; задание детерминированных функций при помощи  деревьев; вес функций; ограниченно-детерминированные  функции (ОДФ); задание ОДФ диаграммами переходов и кано-  ническими уравнениями; конечные автоматы; автоматные  фукции; состояние автомата; эквивалентность состояний;  теорема об эквивалентности состояний конечного автомата;  эквивалентность автоматов; построение автомата, эквива-  лентного данному, с минимальным числом состояний; преоб-  разование автоматными функциями периодических последова-  тельностей; операция суперпозиции; отсутствие полных от-  носительно операций суперпозиции конечных систем авто-  матных функций; схемы из логических элементов и элемен-  тов задержки; реализация автоматных функций; события;  операции над событиями; регулярные события и их предста-  вимость в автоматах; теорема Клини; регулярные выраже-  ния; представимость событий регулярными выражениями;  пример нерегулярного события.  ОД.06.Математическая логика и теория алгоритмов: 80  Логические исчисления, модели: исчисление высказываний;  аксиомы; правило вывода; производные правила вывода;  тождественная истинность выводимых формул; непротиворе-  чивость исчисления высказываний; теорема о полноте ис-  числения высказываний; предикаты; логические операции  над предикатами и их теоретико-множественный смысл;  кванторы; геометрический смысл квантора существования;  модели; формулы; свободные и связанные переменные; ис-  тинность формул в модели, на множестве; общезначимые  формулы; эквивалентные формулы логики предикатов; прави-  ла преобразований формул в эквивалентные; нормальная  форма; исчисление предикатов; аксиомы; правила вывода;  производные правила вывода; тождественная истинность вы-  водимых формул; непротиворечивость исчисления предика-  тов; теорема о полноте для случая одноместных предика-  тов. Вычислимые функции: машины Тьюринга; вычислимые  функции; тезис Черча; примеры вычислимых функций; рекур-  сивные, рекурсивно перечислимые множества и их алгорит-  мическая характеристика; теорема Поста; примеры алгорит-  мически неразрешимых проблем; неразрешимость проблем са-  моприменимости, применимости; теорема Поста-Маркова о  существовании ассоциативного исчисления с алгоритмически  неразрешимой проблемой равенства; теорема о неразреши-  мости проблемы распознавания тождественно истинных фор-  мул исчисления предикатов; операции суперпозиции и при-  митивной рекурсии; примитивно-рекурсивные функции; опе-  рация минимизации; частично-рекурсивные функции; вычис-  лимость частично-рекурсивных функций; частичная рекур-  сивность вычислимых функций; формула Клини.  ОД.07 Дифференциальные уравнения: 220  понятие дифференциального уравнения; поле направлений,  решения; интегральные кривые, векторное поле; фазовые  - 16 -  кривые. Элементарные приемы интегрирования: уравнения с  разделяющимися переменными, однородные уравнения, урав-  нения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель,  линейное уравнение, уравнение Бернулли, метод введения  параметра, уравнения Лагранжа и Клеро. Задача Коши: тео-  рема существования и единственности решения задачи Коши  (для системы уравнений, для уравнения любого порядка).  Продолжение решений; линейные системы и линейные уравне-  ния любого порядка; интервал существования решения ли-  нейной системы (уравнения). Линейная зависимость функций  и определитель Вронского; формула Лиувилля-Остроградско-  го; фундаментальные системы и общее решение линейной од-  нородной системы (уравнения); неоднородные линейные сис-  темы (уравнения); Метод вариации постоянных; решение од-  нородных линейных систем и уравнений с постоянными коэф-  фициентами. Решение неоднородных линейных уравнений с  посттоянными коэффициентами и неоднородностями специаль-  ного вида (квазимногочлен). Непрерывная зависимость реше-  ния от параметра; дифференцируемость решения по парамет-  ру; линеаризация уравнения в вариациях; устойчивость по  Ляпунову; теорема Ляпунова об устойчивости по первому  приближению и ее применение; фазовые траектории двумерной  линейной системы с постоянными коэффициентами; особые  точки, седло, узел, фокус, центр. Первые интегралы; урав-  нения с частными производными первого порядка; связь ха-  рактеристик с решениями; задача Коши; теорема существова-  ния и единственности решения задачи Коши (в случае двух  независимых переменных).  ОД.08.Дифференциальная геометрия: 54  геометрические объекты: кривые - способы задания, кри-  визна плоских кривых, пространственные кривые, репер  Френе, кривизна и кручение пространственных кривых, фор-  мулы Френе, натуральное уравнение кривой, эволюта и  эвольвента; поверхности - способы задания поверхностей,  координаты на поверхности, касательная плоскость, первая  квадратичная форма поверности, площадь поверхности, кри-  визна кривых на поверхности, вторая квадратичная форма и  ее свойства, инварианты пары квадратичных форм, средняя  и гауссова кривизна поверхности, деривационные формулы,  символы Кристоффеля поверхности, геодезическая кривизна,  геодезические и их свойства; многомерные геометрические  объекты - проективное пространство, аффинная карта про-  ективного пространства, модели проективных пространств  малой размерности, метричные группы.  ОД.09.Топология: 54  Гладкие многообразия - общие сведения из общей тополо-  гии: топологическое пространство, метрическое пространс-  тво, непрерывное отображение, гомеоморфизы, компакт-  ность, связность, определение гладкого многообразия,  отображений многообразий, примеры многообразий: гладкие  поверхности, матричные группы, проективное пространство;  многообразие с краем, Риманова метрика, касательный век-  тор, касательное пространство к многообразию, векторные  поля на многообразии. Тензорный анализ на многообразиях:  тензоры на римановом многообразии - общее определение  тензора, алгебраические операции над тензорами, поднятие  и опускание индексов, оператор Ходиса, кососимметричес-  кие тензоры, дифференциальные формы, внешнее произведе-  ние дифференциальных форм, внешняя алгебра, поведение  - 17 -  тензоров при отображениях, дифференциал отображения,  отображение касательных пространств; связность и ковари-  антное дифференцирование - ковариантная производная тен-  зоров, параллельный перенос векторных полей, геодезичес-  кие; связности, согласованные с метрикой; тензор кривиз-  ны, симметрии тензора кривизны; тензор кривизны, порож-  денный метрикой;тензоры кривизны двух- и трехмерных мно-  гообразий; дифференциальные формы и теория интегрирова-  ния - разбиение единицы на многообразии, интеграл диффе-  ренциальной формы, примеры: криволинейные и поверхност-  ные интегралы второго рода; общая формула Стокса, приме-  ры: формулы Грина, Стокса и Остроградского-Гаусса. Эле-  менты топологии многообразий: гомотопия - определение  гомотопии, аппрксимация отображений и гомотопий гладки-  ми, относительная гомотопия; степень отображения - опре-  деление степени, гомотопическая классификация отображе-  ний многообразия в сферу, степень и интеграл, степень  векторного поля на поверхности, теорема Гаусса-Бонне,  индекс особой точки векторного поля, теорема Пуанка-  ре-Бендиксона.  ОД.10 Функциональный анализ и интегральные уравнения: 220  введение: возникновение функционального анализа как са-  мостоятельного раздела математики; современное развитие  функционального анализа и его связь с другими областями  математики. Метрические и топологические пространства:  множества, алгебра множеств; счетные множества и мно-  жества мощности континуума; метрические пространства;  открытые и замкнутые множества; компактные множества в  метрических пространствах; критерий Хаусдорфа; полнота и  пополнение; теорема о стягивающих щарах; принцип сжимаю-  щих отображений; топологические пространства; примеры.  Мера и интеграл Лебега: построение меры Лебега на пря-  мой; общее понятие -аддитивной меры; лебеговское продол-  жение меры; измеримые функции их свойства; определение  интеграла Лебега; класс суммируемых функций; предельный  переход под знаком интеграла; связь интеграла Лебега с  интегралом Римана; интеграл Стильтьеса; теорема Радо-  на-Никодима; прямое произведение мер и теорема Фубини;  пространства L , p 1; неравенства Гельдера и Минковско-  го. Банаховы пространства: определение линейного норми-  рованного пространства; примеры норм; банаховы прост-  ранства; сопряженное пространство, его полнота; теорема  Хана-Банаха о продолжении линейного функционала; общий  вид линейных функционалов в некоторых банаховых прост-  ранствах; линейнї2ыї0е операторы; норма оператора; сопряжен-  ный оператор; принцип равномерной ограниченности; обрат-  ный оператор; спектр и резольвента; теорема Банаха об  обратном операторе; компактные операторы; компактность  интегральных операторов; понятие об индексе; теорема  Фредгольма; примеры использования теремы Фредгольма (за-  дача Штурма-Лиувилля, теория потенциала, индекс диффе-  ренциального оператора). Гильбертовы пространства: ска-  лярное произведение; неравенство Коши-Буняковского-Швар-  ца; ортогональные системы; неравенство Бесселя; базисы и  гильбертова размерность; теорема об изоморфизме; ортого-  нальное дополнение; общий вид линейного функционала; са-  мосопряженные (эрмитовы) и унитарные операторы; ортопро-  екторы; спектр эрмитова и унитарного оператора; теорема  Гильберта о компактных эрмитовых операторах; функцио-  - 18 -  нальное исчисление; приведение оператора к виду умноже-  ния на функцию; спектральная теорема; неограниченные са-  мосопряженные операторы; примеры. Линейные топологичес-  кие пространства и обобщенные функции: полинормированные  пространства; функционал Минковского; нормируемость и  метризуемость; топологии в сопряженном пространстве;  слабая компактность шара в сопряженном пространстве; Ос-  новные пространства гладких функций; пространства обоб-  щенных функций; операции над обобщенными функциями: ум-  ножение на гладкую функцию, дифференцирование, замена  переменных, преобразование Фурье. Элементы линейного  анализа: слабый и сильный дифференциал нелинейного функ-  ционала; экстремум функционала; классические задачи ва-  риационного исчисления; уравнение Эйлера; вторая вариа-  ция; условия условия Лежандра и Якоби.  ОД.11 Теория функций комплексного переменного: 165  комплексные числа: комплексные числа, комплексная плос-  кость; модуль и аргумент комплексного числа, их свойства;  числовые последовательности и их пределы, ряды; стереог-  рафическая проекция, ее свойства; сфера Римана, расширен-  ная комплексная плоскость; множества на плоскости, облас-  ти и кривые. Функции комплексного переменного и отображе-  ния множеств: функции комплексного переменного; предел  функции; непрерывность, модуль непрерывности; дифференци-  руемость по комплексному переменному, условие Коши-Рима-  на; аналитическая функция; геометрический смысл аргумента  и модуля производной; понятие о конформном отображении.  Элементарные функции: целая линейная и дробно-линейная  функции, их свойства, общий вид дробно-линейного отобра-  жения круга на себя и верхней полуплоскости на круг; экс-  понента и логарифм, степень с произвольным показателем;  понятие о римановой поверхности на примерах логарифмичес-  кой и общей степенной функций; функция Жуковского; триго-  нометрические и гиперболические функции. Интеграл по  комплексному переменному, его простейшие свойства, связь  с криволинейными интегралами 1-го и 2-го рода; сведение к  интегралу по действительному переменному; первообразная  функция, формула Ньютона-Лейбница; переход к пределу под  знаком интеграла; интегральная теорема Коши. Интеграл Ко-  ши: интегральная формула Коши; бесконечная дифференцируе-  мость аналитических функций, формулы Коши для производ-  ных; теорема Мореры. Последовательности и ряды аналити-  ческих функций в области: теорема Вейерштрасса; степенные  ряды; теорема Абеля, формула Кошиї2-ї0Адамара; разложение ана-  литической функции в степенной ряд, единственность разло-  жения; неравенство Коши для коэффициентов степенного ря-  да; действия со степенными рядами. Теорема единственности  и принцип максимума модуля: нули аналитической функции,  порядок нуля; теорема единственности для аналитических  функций; принцип максимума модуля и лемма Шварца. Ряд Ло-  рана: ряд Лорана, область его сходимости; разложение ана-  литической функции в ряд Лорана, единственность разложе-  ния, формулы и неравенства Коши для коэффициентов; теоре-  ма Лиувилля и теорема об устранимой особой точке. Изоли-  рованные особвн точки однозначного характера: классифика-  ция изолированных особых точек однозначного характера по  поведению функции и ряду Лорана; полюс, порядок полюса;  существенно особая точка, теорема Сохоцкого-Вейерштрасса,  понятие о теореме Пикара; бесконечно удаленная точка как  - 19 -  особая. Вычеты, принцип аргумента: определение вычета,  теоремы Коши о вычетах, вычисления вычетов; применения  вычетов; логарифмический вычет, принцип аргумента; теоре-  ма Руше и теорема Гурвица. Отображения посредством анали-  тических функций: принцип открытости и принцип области;  теорема о локальном обращении; однолистные функции, кри-  терий локальности однолистности и критерий конформности в  точке, достаточное условие однолистности (обратный прин-  цип соответствия границ); дробно-линейность однолистных  конформных отображений круговых областей друг на друга;  теорема Римана (без доказательства) и понятие о соответс-  твии границ при конформном отображении. Аналитическое  продолжение: аналитическое продолжение по цепи и по кри-  вой; полная аналитическая функция в смысле Вейерштрасса,  ее риманова поверхность и особые точки; теорема о монод-  ромии; аналитическое продолжение через границу области,  принцип симметрии. Целые и мероморфные функции: целые  функции, их порядок и тип; произведение Вейерштрасса; ме-  роморфные функции; функции, мероморфные в расширенной  плоскости. Гармонические функции на плоскости: гармони-  ческие функции, их связь с аналитическими функциями; бес-  конечная дифференцируемость гармонических функций; анали-  тичность комплексно сопряженного градиента; теорема о  среднем, теорема единственности и принцип максимума-мини-  мума; инвариантность гармоничности при голоморфной замене  переменных; теорема Лиувилля и теорема Харнака об устра-  нимой особой точке; интегралы Пуассона и Шварца; разложе-  ние гармонических функций в ряды, связь с тригонометри-  ческими рядами; задача Дирихле, применение конформных  отображений для ее решения; гидромеханическое истолкова-  ние гармонических и аналитических функций.  ОД.12 Уравнения с частными производными: 220  вывод уравнений колебаний струны, тенлопроводности, Лап-  ласа; постановка краевых задач, их физическая интерпре-  тация; теорема Коши-Ковалевской; понятия характеристи-  ческого направления, характериатики; приведение к кано-  ническому виду и классификация линейных уравнений с  частными производными второго порядка; волновое уравне-  ние; энергетические неравенства; единственность решения  задачи Коши и смешанной задачи; вывод формул Кирхгоффа и  Пуассона, исследование этих формул; метод Фурье для  уравнения колебаний струны, общая схема метода Фурье;  уравнения Лапласа и Пуассона; формулы Грина; фундамен-  тальное решение оператора Лапласа; потенциалы; свойства  гармонических функций; единственность решений основных  краевых задач для уравнения Лапласа; функция Грина зада-  чи Дирихле; решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа  в шаре; единственность решения внешней задачи Дирихле;  обобщенные решения краевых задач; уравнение теплопровод-  ности; принцип максимума в ограниченной области и единс-  твенность решения задачи Коши; построение решения задачи  Коши для уравнения теплопроводности; понятие корректной  краевой задачи; примеры корректных и некорректных крае-  вых задач.  ОД.13 Теория вероятностей: 110  вероятность: пространство исходов; операции над события-  ми;алгебра и -алгебра событий; измеримое пространство;  -алгебра борелевских множеств в ; аксиоматика А.Н.  Колмогорова; свойства вероятности; вероятностное прост-  - 20 -  ранство как математическая модель случайного эксперимен-  та; теорема об эквивалентности аксиом аддитивности и  непрерывности вероятности; дискретное вероятностное  пространство; классическое определение вероятности;  функция распределения вероятностной меры, ее свойства;  теорема о продолжении меры с алгебры интервалов в Р на  -алгебру борелевских множеств; взаимнооднозначное соот-  ветствие между вероятностными мерами и функциями распре-  деления; непрерывные и дискретные распределения; примеры  вероятностных пространств. Случайные величины и векторы:  функции распределения случайных величин и векторов;  функции от случайных величин; дискретные и непрерывные  распределения; -алгебры, порожденные случайными величи-  нами. Условная вероятность: формула полной вероятности;  независимость событий; задача о разорении игрока; прямое  произведение вероятностных пространств; схема Бернулли;  предельные теоремы для схемы Бернулли. Математическое  ожидание: интеграл Лебега; математическое ожидание сле-  чайной величины; дисперсия; теоремы о математическом  ожидании и дисперсии; вычисление математического ожида-  ния и дисперсии для некоторых распределений; ковариация,  коэффициент корреляции; неравенство Чебышева; закон  больших чисел. Предельные теоремы: характеристическая  функция; многомерное нормальное распределение; виды схо-  димости: по вероятности, с вероятностью 1, по распреде-  лению; прямая и обратная теоремы для характеристических  функций; центральная предельная теорема; формула обраще-  ния для характеристических функций; неравенство Колмого-  рова; усиленный закон больших чисел.  ОД.14 Математическая статистика: 110  статистические модели и основные задачи статистического  анализа, примеры; экспоненциальные семейства; статисти-  ческое оценивание, методы оценивания; неравенство инфор-  мации; достаточные статистики; условное распределение,  условное математическое ожидание; улучшение несмещенной  оценки посредством усреднения по достаточной статистике;  полные достаточные статистики; наилучшие несмещенные  оценки; теорема факторизации; линейная регрессия с гаус-  совыми ошибками; факторные модели; общие линейные моде-  ли; достаточные статистики в линейных моделях; метод на-  именьших квадратов; свойства оценок наименьших квадра-  тов, ортогональные планы; анализ одной нормальной выбор-  ки, доверительные интервалы; проверка статистических ги-  потез, основные понятия; лемма Нейманаї2-ї0Пирсона; равно-  мерно наиболее мощные критерии, примеры; проверка линей-  ных гипотез в линейных моделях; критерий К.Пирсона  "хи-квадрат"; оценки наибольшего правдоподобия, состоя-  тельность; понятие асимптотической нормальности случай-  ной последовательности; асимптотическая нормальность  оценок максимального правдоподобия; примеры преобразова-  ний, стабилизирующих экспертные оценки.  ОД.15 Теория случайных процессов: 54  определение случайного процесса; конечномерные распреде-  ления; траектории; теорема Колмогорова о существовании  процесса с заданным семейством конечномерных распределе-  ний (без доказательства). Классы случайных процессов:  гауссовские, марковские, стационарные, точечные, с неза-  висимыми приращениями; примеры; соотношения между клас-  сами. Свойства многомерных гауссовских процессов; су-  - 21 -  ществование гауссового процесса с заданными средним и  корреляционной матрицей; свойства симметрии и согласо-  ванности. Винеровский процесс; критерий Колмогорова неп-  рерывности траектории; следствие для гауссовских процес-  сов. Пуассоновский процесс; построение пуассоновского  процесса по последовательности независимых показательных  распределений; определение Хинчина пуассоновского про-  цесса. Среднеквадратическая теория: необходимые и доста-  точные условия непрерывности, дифференцируемости и ин-  тегрируемости; стохастический интеграл; процессы с орто-  гональными приращениями. Пример стационарного, гауссовс-  кого, марковского процесса; примеры стационарных в широ-  ком смысле процессов. Цепи Маркова с непрерывным време-  нем; уравнение Колмогорова-Чепмэна; прямые и обратные  дифференциальные уравнения Колмогорова; время пребывания  процесса в данном состоянии. Процессы гибели и размноже-  ния; связь с теорией массового обслуживания; применение  к расчету пропускной способности технических систем.  ОД.16 Теоретичесая механика: 190  кинематика: траектория, закон движения, скорость точки,  ускорение точки,теорема о сложении скоростей,угловая  скорость твердого тела, сложение движений твердого тела  (поступательного и вращательного), пара вращений, теоре-  ма Эйлера о поле скоростей движущегося твердого тела,  поле скоростей и ускорений тела с одной неподвижной точ-  кой, теорема Кориолиса; динамика точки: законы Ньютона,  уравнения движения материальной точки в декартовых и ес-  тественных осях, теоремы динамики точки, первые интегра-  лы уравнений движения, движение под действием централь-  ной силы,законы Кеплера, движение по поверхности и кри-  вой (точка со связью),реакции связей, теорема об измене-  нии энергии для несвободной точки, относительное движе-  ние и относительное равновесие точки со связью, вес тела  на Земле; динамика систем точек: связи и их классифика-  ция, обобщенные координаты и обобщенные силы, принцип  виртуальных перемещений для неосвобождающих связей,  принцип Даламбера-Лагранжа для систем с идеальными свя-  зями, силы внутренние и внешние, теоремы динамики сис-  тем, формулы Кенига, первые интегралы уравнений движения  и законы сохранения; аналитическая механика:уравнения  Лагранжа второго рода, циклические и позиционные коорди-  наты, уравнения Рауса для систем с циклическими коорди-  натами, канонические уравнения Гамильтона, принципы Га-  мильтона и Якоби.  ОД.17 Вариационное исчисление и методы оптимизации: 110  элементы дифференциального исчисления и выпуклого анали-  за; гладкие задачи с равенствами и неравенствами; прави-  ло множителей Лагранжа; задачи линейного программирова-  ния и проблемы экономики; теорема двойственности; клас-  сическое вариационное исчисление; уравнение Эйлера; ус-  ловия второго порядка Лежандра и Якоби; задачи коасси-  ческого вариационного исчисления с ограничениями; необ-  ходимые условия в изопериметрической задаче и задаче со  старшими производными; классическое вариационное исчис-  ление и естествознание; оптимальное управление; принцип  максимума Понтрягина; оптимальное управление и задачи  техники; методы решения задач линейного программирова-  ния; симплекс-метод; методы решения задач без ограниче-  ния; градиентные методы; метод Ньютона; методы сопряжен-  - 22 -  ных направлений; численные методы решения задач вариаци-  онного исчисления и оптимального управления.  ОД.18 Теория чисел: 110  предмет курса;краткий исторический обзор развития теории  чисел;основные направления исследований и основные мето-  ды; влияние теории чисел на развитие других разделов ма-  тематики; применения теоретико-числовых результатов в  математике и ее приложениях; роль русских и советских  математиков в развитии теории чисел; простые числа:  свойства делимости целых чисел; простые числа; решето  Эратосфена; теорема Евклида о бесконечности множества  простых чисел; основная теорема арифметики о разложении  целых чисел на простые сомножители; наибольший общий де-  литель и наименьшее общее кратное; некоторые частные  случаи теоремы Дирихле о бесконечности множества простых  чисел в арифметической прогрессии; арифметические функ-  ции: целая и дробная часть числа; разложение числа n! на  простые множители; суммы, распространенные на делители  числа; мультипликативные функции; функция Эйлера и ее  свойства; сумма делителей и число делителей; оценки Че-  бышева для функции числа простых чисел, не превосходящих  x; цепные дроби: конечные цепные дроби; подходящие дроби  и их свойства; нахождение наибольшего общего делителя  двух чисел с помощью цепных дробей; бесконечные цепные  дроби; разложение действительных чисел в цепные дроби;  приближение действительных чисел рациональными числами;  подходящие дроби как наилучшие приближения; признак ир-  рациональности числа; иррациональность числа "e"; теоре-  ма Лагранжа о разложении квадратичных иррациональностей  в цепные дроби; числовые сравнения: сравнения и их  основные свойства; вычеты и классы вычетов по модулю m;  кольца классов вычетов; полная система вычетов; приве-  денная система вычетов; теорема Эйлера и Ферма; сравне-  ния первой степени: сравнения с одним неизвестным; рав-  носильные сравнения; решения сравнения; сравнения первой  степени; теорема о существовании решений; простейшие  приемы решений; решение сравнений с помощью цепных дро-  бей; системы сравнений; их решения; теоремы о решении  систем сравнений первой степени; сравнения n-ой степени:  сравнения n-ой степени по простому модулю; теоремы о  равносильности сравнений; теорема о числе решений срав-  нения; теорема Вильсона; сравнения n-ой степени по  составному модулю; сведение сравнения по составному мо-  дулю к системе сравнений по простому модулю; сравнения  второй степени: сведение сравнения второй степени к  двучленному сравнению; двучленные сравнения по простому  модулю; квадратичные вычеты и невычеты; число решений  сравнения; критерий Эйлера для квадратичных вычетов и  невычетов; символ Лежандра и его свойства; закон взаим-  ности квадратичных вычетов; сравнения второй степени по  составному модулю; первообразные корни и индексы: пока-  затель числа по модулю m; свойства показателей; теорема  о существовании первообразного корня по простому модулю;  первообразные корни по модулям p и 2p ; теорема об  отыскании первообразных корней; индексы по модулям p и  2p ; таблицы индексов; двучленные сравнения n-ой степе-  ни; существование решений; степенные вычеты и невычеты  n-ой степени; число степенных вычетов; критерий для  отыскания степенных вычетов; решение двучленных сравне-  - 23 -  ний с помощью вычетов; решение показательных сравнений;  условие принадлежности числа показателю и, в частности,  к классу первообразных корней; число классов принадлежа-  щих показателю ; число классов первообразных корней;  арифметические приложения теории сравнений: отыскание  остатков от деления некоторого числа на заданное число;  установление признаков делимости чисел; понятие об ал-  гебраических и трансцендентных числах: алгебраические и  трансцендентные числа; теорема Лиувилля и приближении  алгебраических чисел рациональными числами; существова-  ние трансцендентных чисел.  ОД.19 Курсы по выбору студента, устанавливаемые вузом (факуль-  тетом): 513  ї2СД.00 Дисциплины специализации, устанавливаемых  ї2вузом (факультетом): 1000  ї2Ф.00 Факультативные дисциплины 450  Ф.01 Военная подготовка 450  -------------  Всего: 8370 часов  П.00. Практики: 16 недель  И.00 Итоговая государственная аттестация:  И.01 Квалификационная работа 12 недель  Настоящая структура  составлена исходя из следующих данных:  Теоретическое обучение - 155 недель Х 54час.= 8370 часов  Экзаменационные сессии - 31 неделя  Практики - 16 недель  Квалификационная работа - 12 недель  Каникулы - 37 недель  Отпуск после окончания вуза - 4 недели  --------------  Всего - 255 недель  Примечание:  1. Вуз (факультет) имеет право:  1.1. Изменять объем часов, отводимых на освоение учебного  материала: для циклов дисциплин - в пределах 5%, для дисцип-  лин, входящих в цикл - в пределах 10% без превышения макси-  мального объема недельной нагрузки студента и при сохранении  минимального содержания , указанных в данной программе.  1.2. Устанавливать объем часов по дисциплинам циклов об-  щих гуманитарных и социально-экономических дисциплин (кроме  иностранного языка и физической культуры), общих естествен-  но-научных дисциплин при условии сохранения объема часов дан-  ного цикла и реализации минимума содержания дисциплин, указан-  - 24 -  ного в графе 2.  1.3. Осуществлять преподавание общих гуманитарных и соци-  ально-экономических дисциплин в форме авторских лекционных  курсов и разнообразных видов коллективных и индивидуальных  практических занятий, заданий и семинаров по программам, (раз-  работанным в самом вузе и учитывающим региональную, националь-  но-этническую, профессиональную специфику, также и научно-исс-  ледовательские предпочтения преподавателей), обеспечивающим  квалифицированное освещение тематики дисциплин  1.4. Устанавливать необходимую глубину усвоения отдельных  разделов дисциплин (графа 2), входящих в циклы общих гумани-  тарных и социально-экономических дисциплин, общих естественно-  научных дисциплин , в зависимости от профиля данной специаль-  ности.  1.5. Осуществлять реализацию отдельных дисциплин циклов  ЕН и ОД в виде набора самостоятельно определяемых учебных кур-  сов.  1.6. Определять содержание, состав практик и их распреде-  ление по семестрам.  2. Максимальный объем учебной нагрузки студента, включая  все виды его аудиторной и внеаудиторной учебной работы, не  должен превышать 54 часов в неделю. Объем обязательных ауди-  торных занятий студента не должен превышать за период теорети-  ческого обучения в среднем 27 часов в неделю. При этом в ука-  занный объем не входят обязательные практические занятия по  физической культуре и занятия по факультативным дисциплинам.  Общее число каникулярного времени в учебный год должно состав-  лять 7-10 недель, в том числе не менее двух недель в зимний  период.  3. Факультативные дисциплины предусматриваются учебным  планом вуза, но не являются обязательными для изучения студен-  том.  4. Курсовые работы (проекты) рассматриваются как вид  учебной работы по дисциплине и выполняются в пределах часов,  отводимых на ее изучение.  5. Наименование специализаций устанавливается вузом и  согласуется с Учебно-методическим объединением университетов  (отделение математики и механики). Наименование дисциплин спе-  циализации, их объем и содержание устанавливаются высшим учеб-  ным заведением (факультетом).  6. Квалификация "Преподаватель" может быть присвоена вы-  пускнику при выполнении им в процессе учебы требований, предъ-  являемых государственным стандартом для этой дополнительной  квалификации, с соответствующей записью в дипломе; в случае,  если в процессе учебы Государственные требования к минимуму  содержания и уровню профессиональной подготовки выпускника для  получения дополнительной квалификации "Преподаватель" выполне-  ны не были, квалификация "Преподаватель" может быть получена в  установленном порядке с выдачей сертификата утвержденного об-  разца.  Составители:  По циклу фундаментальных и специальных дисциплин -  Учебно-методическое объединение университетов (Совет по математике)  По циклу естественно-научных дисциплин -  Экспертный совет по естественно-научному образованию  - 25 -  По циклу общих гуманитарных и социально-экономических дисциплин -  Экспертный совет по гуманитарному и социально-экономическому  образованию  Председатель  Совета по математике УМО университетов  чл. корр. РАН О.Б.ЛУПАНОВ  Главное управление образовательно-профессиональных программ и  технологий  Начальник управления Ю.Г. ТАТУР  Начальник отдела  университетского образования В.С.СЕНАШЕНКО  Главный специалист Н.Р.СЕНАТОРОВА  .  - 26 -  ї2ЕН.00 Общие естественно-научные дисциплины: 1350  ЕН.01 Компьютерные науки: 600  ЕН.02 Методы вычислений: 220  ЕН.03 Физика: 190  ЕН.04 Концепции современного естествознания 190  ЕН.05 Курсы естественно-научного цикла по выбору студента,  устанавливаемые вузом (факультетом) 150  ї2ОД.00 Общепрофессиональные и специальные дисциплины: ї0 3770  ОД.01 Математический анализ: 810  ОД.02 Алгебра: 250  ОД.03 Аналитическая геометрия: 210  ОД.04 Линейная алгебра и геометрия: 210  ОД.05 Дискретная математика: 80  ОД.06.Математическая логика и теория алгоритмов: 80  ОД.07 Дифференциальные уравнения: 220  ОД.08.Дифференциальная геометрия: 54  ОД.09.Топология: 54  ОД.10 Функциональный анализ и интегральные уравнения: 220  ОД.11 Теория функций комплексного переменного: 165  ОД.12 Уравнения с частными производными: 220  ОД.13 Теория вероятностей: 110  ОД.14 Математическая статистика: 110  ОД.15 Теория случайных процессов: 54  ОД.16 Теоретичесая механика: 190  ОД.17 Вариационное исчисление и методы оптимизации: 110  ОД.18 Теория чисел: 110  ОД.19 Курсы по выбору студента, устанавливаемые вузом (факуль-  тетом): 513  ї2СД.00 Дисциплины специализации, устанавливаемых  ї2вузом (факультетом): 1000  ї2Ф.00 Факультативные дисциплины 450  Ф.01 Военная подготовка 450  -------------  Всего: 8370 часов  П.00. Практики: 16 недель  И.00 Итоговая государственная аттестация:  И.01 Квалификационная работа 12 недель  Настоящая структура  составлена исходя из следующих данных:  Теоретическое обучение - 155 недель Х 54час.= 8370 часов  Экзаменационные сессии - 31 неделя  Практики - 16 недель  Квалификационная работа - 12 недель  Каникулы - 37 недель  Отпуск после окончания вуза - 4 недели  --------------  Всего - 255 недель |