

=====MM204=====

**MM204** (5 баллов)

Решения принимаются до 2.10.2015

Найти натуральное число, которое в трех различных системах счисления записывается 102, 201 и 20001 соответственно.

-----

Пусть основания систем счисления –  $x$ ,  $y$  и  $z$  соответственно.

Тогда  $A = x^2 + 2 = 2y^2 + 1 = 2z^4 + 1$ .

Получившееся диофантово уравнение  $x^2 - 2z^4 = -1$  хорошо изучено. Ещё в середине XX века Лjungтреном и Морделлом было доказано, что оно имеет ровно два решения: (1, 1) и (239, 13). Первое решение не подходит по смыслу задачи, а из второго следует единственный ответ:

$$239^2 + 2 = 2 \cdot 169^2 + 1 = 2 \cdot 13^4 + 1 = 57123.$$

**Ответ.** Число 57123, основания систем счисления: 239, 169 и 13 соответственно.