

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ММ225

$a=(1-3x^2)/(3+x+2x^2)$ . Пусть при некотором  $a$  корнями уравнения являются целые числа  $y$  и  $z$ .  
 $(1-3y^2)/(3+y+2y^2)=a=(1-3z^2)/(3+z+2z^2)$ .  $(z-y)(11z+3yz+11y+1)=0$ . Если  $z=y$ , то дискриминант  $-23a^2-28a+12$  уравнения равен нулю (и поэтому  $a$  иррационально), и  $y=z=-a/(4a+6)$  (и поэтому  $a$  рационально), что невозможно.  $(3y+11)(3z+11)=118$ .  
 Если  $3y+11=1$  или  $3y+11=-2$ , то  $y$  будет нецелым числом. Если  $3y+11=-1$  и  $3z+11=-118$ , то  $y=-4$ ,  $z=-43$ ,  $a=-\frac{47}{31}$ . Если  $3y+11=2$  и  $3z+11=59$ , то  $y=-3$ ,  $z=16$ ,  $a=-\frac{13}{9}$ .

Итак, доказано, что, если уравнение из условия задачи имеет целые корни  $y$  и  $z$ , то  $a$  не может принимать никаких значений, кроме  $-\frac{47}{31}$  и  $-\frac{13}{9}$ . Для того, чтобы ответить на вопрос задачи (и заодно убедиться, что не совершено ошибок) достаточно еще провести проверку. Если  $a=-\frac{47}{31}$ :  $-\frac{1}{31}x^2-\frac{47}{31}x-\frac{172}{31}=0$ ;  $x_1=-4$ ,  $x_2=-43$ . Если  $a=-\frac{13}{9}$ :  $\frac{1}{9}x^2-\frac{13}{9}x-\frac{48}{9}=0$ ;  $x_1=-3$ ,  $x_2=16$ .